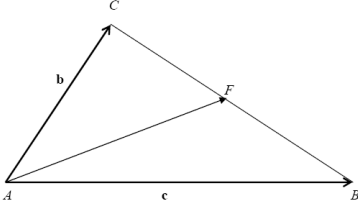


MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK KÖZÉPSZINT

Koordináta-geometria

A szürkített háttérű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

- 1) Adott két pont: $A\left(-4; \frac{1}{2}\right)$ és $B\left(1; \frac{3}{2}\right)$ Írja fel az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit! (2 pont)
 - 2) Egy kör sugarának hossza 4, középpontja a $B(-3;5)$ pont. írja fel a kör egyenletét! (2 pont)
 - 3) Írja fel a $(-2;7)$ ponton átmenő, $\underline{n}(5;8)$ normálvektorú egyenes egyenletét! (2 pont)
 - 4) Adottak az $\underline{a}(6;4)$ és az $\underline{a}-\underline{b}(11;5)$ vektorok. Adja meg a \underline{b} vektort a koordinátáival! (3 pont)
 - 5) Az ABC háromszög két oldalának vektora $AB = \underline{c}$ és $AC = \underline{b}$. Fejezze ki ezek segítségével az A csúcsból a szemközti oldal F felezőpontjába mutató AF vektort! (2 pont)
- 
- 6) Egy négyzet oldalegyenesei a koordinátatengelyek és az $x=1$, valamint az $y=1$ egyenletű egyenesek.
 - a) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben a négyzetet, és adja meg csücsainak koordinátáit! (2 pont)
 - b) Írja fel a négyzet köré írható kör egyenletét! (5 pont)
 - c) Állapítsa meg, hogy a négyzet kerülete hány százaléka a kör kerületének? (2 pont)
 - d) Az $y = -4x + 2$ egyenletű egyenes a négyzetet két részre bontja. Számítsa ki e részek területének arányát! (8 pont)
 - 7) Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(3;5)$ ponton és párhuzamos a $4x + 5y = 0$ egyenletű egyenessel! (3 pont)
 - 8) Egy rombusz átlóinak hossza 12 és 20. Számítsa ki az átlóvektorok skalárszorzatát! Válaszát indokolja! (3 pont)

9)

- a) Ábrázolja koordináta-rendszerben az e egyenest, melynek egyenlete $4x + 3y = -11$.

Számítással döntse el, hogy a $P(100; -36)$ pont rajta van-e az egyenesen!

Az egyenesen levő Q pont ordinátája (második koordinátája) 107.

Számítsa ki a Q pont abszcisszáját (első koordinátáját)! (4 pont)

- b) Írja fel az AB átmérőjű kör egyenletét, ahol $A(-5; 3)$ és $B(1; -5)$.

Számítással döntse el, hogy az $S(1; 3)$ pont rajta van-e a körön! (7 pont)

- c) Adja meg az ABC háromszög C csúcsának koordinátáit, ha tudja, hogy az $S(1; 3)$ pont a háromszög súlypontja! (6 pont)

- 10) Fejezze ki az i és a j vektorok segítségével a $\underline{c} = 2\underline{a} - \underline{b}$ vektort, ha $\underline{a} = 3\underline{i} - 2\underline{j}$ és $\underline{b} = -\underline{i} + 5\underline{j}$! (3 pont)

- 11) Az $ABCD$ négyzet középpontja K , az AB oldal felezőpontja F . Legyen $\underline{a} = \overline{KA}$ és $\underline{b} = \overline{KB}$. Fejezze ki az \underline{a} és \underline{b} vektorok segítségével a \overline{KF} vektort! (2 pont)

- 12) Adott a koordináta-rendszerben az $A(9; -8)$ középpontú, 10 egység sugarú kör.

- a) Számítsa ki az $y = -16$ egyenletű egyenes és a kör közös pontjainak koordinátáit! (8 pont)

- b) Írja fel a kör $P(1; -2)$ pontjában húzható érintőjének egyenletét! Adja meg ennek az érintőnek az iránytangensét (meredekségét)! (4 pont)

- 13) Az $A(-7; 12)$ pontot egy \underline{r} vektorral eltolva a $B(5; 8)$ pontot kapjuk. Adja meg az \underline{r} vektor koordinátáit! (2 pont)

- 14) Jelölje X-szel a táblázatban, hogy az alábbi koordináta-párok közül melyiknek adják meg a 300° -os irányszögű egységvektor koordinátáit és melyiknek nem!

	IGEN	NEM
$e\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$		
$e\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$		
$e\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$		
$e(\sin 30^\circ; -\cos 30^\circ)$		

(4 pont)

- 15) Számítsa ki a következő vektorok skaláris szorzatát!

Határozza meg a két vektor által bezárt szöveget!

$$\underline{a}(5; 8) \quad \underline{b}(-40; 25)$$

(3 pont)

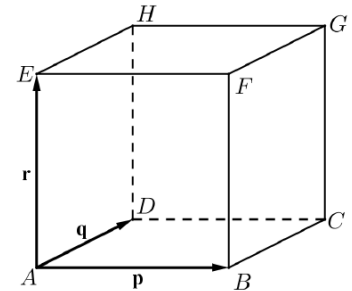
- 16) Adott az $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 56 = 0$ egyenletű kör és az $x - 8,4 = 0$ egyenletű egyenes.
- Számítsa ki a kör és az egyenes közös pontjainak koordinátáit! (6 pont)
 - Mekkora távolságra van a kör középpontja az egyenestől? (5 pont)
Egy 9 cm sugarú kört egy egyenes két körívre bont. Az egyenes a kör középpontjától 5,4 cm távolságban halad.
 - Számítsa ki a hosszabb körív hosszát! (A választ egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!) (6 pont)
- 17) Az ABC háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(0;0)$, $B(-2;4)$, $C(4;5)$.
- Írja fel az AB oldal egyenesének egyenletét! (2 pont)
 - Számítsa ki az ABC háromszög legnagyobb szögét! A választ tized fokra kerekítve adja meg! (7 pont)
 - Számítsa ki az ABC háromszög területét! (3 pont)
- 18) Három egyenes egyenlete a következő (a és b valós számokat jelölnek):
- $$e: y = -2x + 3$$
- $$f: y = ax - 1$$
- $$g: y = bx - 4$$
- Milyen számot írjunk az a helyére, hogy az e és f egyenesek párhuzamosak legyenek?
Melyik számot jelöli b , ha a g egyenes merőleges az e egyenesre? (3 pont)
- 19) Egy kör az $(1;0)$ és $(7;0)$ pontokban metszi az x tengelyt. Tudjuk, hogy a kör középpontja az $y = x$ egyenletű egyenesre illeszkedik. Írja fel a kör középpontjának koordinátáit! Válaszát indokolja! (3 pont)
- 20) Az ABC háromszög csúcsainak koordinátái: $A(-3;2)$, $B(3;2)$ és $C(0;0)$.
- Számítsa ki az ABC háromszög szögeit! (5 pont)
 - Írja fel az ABC háromszög körülírt körének egyenletét! (7 pont)
- 21) Adott két egyenes: $e: 5x - 2y = -14,5$, $f: 2x + 5y = 14,5$.
- Határozza meg a két egyenes P metszéspontjának koordinátáit! (4 pont)
 - Igazolja, hogy az e és az f egyenesek egymásra merőlegesek! (4 pont)
 - Számítsa ki az e egyenes x tengellyel bezárt szögét! (4 pont)
- 22) Írja fel annak az e egyenesnek az egyenletét, amelyik párhuzamos a $2x - y = 5$ egyenletű f egyenessel és áthalad a $P(3;-2)$ ponton! Válaszát indokolja! (2 pont)
- 23) Adja meg az $(x+2)^2 + y^2 = 9$ egyenletű kör K középpontjának koordinátáit és sugarának hosszát! (3 pont)
- 24) Adja meg a $2x + y = 4$ egyenletű egyenes és az x tengely M metszéspontjának a koordinátáit, valamint az egyenes meredekségét! (3 pont)
- 25) A PQR háromszög csúcsai: $P(-6;-1)$, $Q(6;-6)$ és $R(2;5)$.
- Írja fel a háromszög P csúcsához tartozó súlyvonal egyenesének egyenletét! (5 pont)
 - Számítsa ki a háromszög P csúcsnál lévő belső szögének nagyságát! (7 pont)

- 26) Egy háromszög csúcsainak koordinátái: $A(-2; -1)$, $B(9; -3)$ és $C(-3; 6)$.
- Írja fel a BC oldal egyenesének egyenletét! (3 pont)
 - Számítsa ki a BC oldallal párhuzamos középvonal hosszát! (3 pont)
 - Számítsa ki a háromszögben a C csúcsnál lévő belső szög nagyságát! (6 pont)
- 27) Tekintsük a koordinátarendszerben adott $A(6;9)$, $B(-5;4)$ és $C(-2;1)$ pontokat!
- Mekkora az AC szakasz hossza? (2 pont)
 - Írja fel az AB oldalegyenes egyenletét! (4 pont)
 - Igazolja (számítással), hogy az ABC háromszög C csúcsánál derékszög van! (6 pont)
 - Írja fel az ABC háromszög körülírt körének egyenletét! (5 pont)
- 28) Adottak az $\underline{a}(4;3)$ és $\underline{b}(-2;1)$ vektorok.
- Adja meg az \underline{a} hosszát! (2 pont)
 - Számítsa ki az $\underline{a} + \underline{b}$ koordinátáit! (2 pont)
- 29) Adott a síkon az $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 47 = 0$ egyenletű kör.
- Állapítsa meg, hogy az $A(7;7)$ pont illeszkedik-e a körrel! (2 pont)
 - Határozza meg a kör középpontjának koordinátáit és a kör sugarát! (5 pont)
 - Legyenek $A(7;7)$ és $B(0;0)$ egy egyenlő szárú háromszög alapjának végpontjai. A háromszög C csúcsa rajta van az $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 47 = 0$ egyenletű körön. Számítsa ki a C csúcs koordinátáit! (10 pont)
- 30) Adott a koordináta-rendszerben két pont: $A(1;-3)$ és $B(7;-1)$.
- Írja fel az A és B pontokra illeszkedő e egyenes egyenletét! (4 pont)
 - Számítással igazolja, hogy az A és a B pont is illeszkedik az $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 10$ egyenletű k körre, és számítsa ki az AB húr hosszát! (4 pont)
- Az f egyenesről tudjuk, hogy illeszkedik az A pontra és merőleges az AB szakaszra.
- Számítsa ki a k kör és az f egyenes (A -tól különböző) metszéspontjának koordinátáit! (9 pont)
- 31) Adott az $A(5;2)$ és a $B(-3;-2)$ pont.
- Számítással igazolja, hogy az A és B pontok illeszkednek az $x - 2y = 1$ egyenletű e egyenesre! (2 pont)
 - Írja fel az AB átmérőjű kör egyenletét! (5 pont)
 - Írja fel annak az f egyenesnek az egyenletét, amely az AB átmérőjű kört a B pontban érinti! (5 pont)
- 32) Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad az $(1;-3)$ ponton, és egyik normálvektora a $(8;1)$ vektor! (2pont)

33) Egy kör érinti az y tengelyt. A kör középpontja a $K(-2;3)$ pont. Adja meg a kör sugarát, és írja fel az egyenletét! (3 pont)

34) Egy kör egyenlete $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$. Adja meg a kör középpontjának koordinátáit és a kör átmérőjének hosszát! (3 pont)

35) Az ábrán látható kocka A csúcsából kiinduló élvektorai $\overrightarrow{AB} = \underline{p}$; $\overrightarrow{AD} = \underline{q}$ és $\overrightarrow{AE} = \underline{r}$. Fejezze ki \underline{p} , \underline{q} , és \underline{r} segítségével a \overrightarrow{GC} , az \overrightarrow{AG} és az \overrightarrow{FH} vektorokat! (3 pont)



36) Az \overrightarrow{AB} és \overrightarrow{AC} vektorok 120° -os szöget zárnak be egymással, és mindkét vektor hossza 5 egység.

a) Számítsa ki az $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ vektor hosszát!

b) Számítsa ki az $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ vektor hosszát!

(4 pont)

A $PRST$ rombusz középpontja a $K(4;-3)$ pont, egyik csúcspontja a $T(7;1)$ pont. Tudjuk, hogy az RT átló hossza fele a PS átló hosszának.

c) Adja meg a P ; az R és az S csúcsok koordinátáit!

(10 pont)

37)

a) Az ABC háromszög két csúcsa $A(-3;-1)$ és $B(3;7)$, súlypontja az origó. Határozza meg a C csúcs koordinátáit! (3 pont)

b) Írja fel a hozzárendelési utasítását annak a lineáris függvénynek, amely -3 -hoz -1 -et és 3 -hoz 7 -et rendel! (A hozzárendelési utasítást $x \mapsto ax + b$ alakban adja meg!) (5 pont)

c) Adott az $A(-3;-1)$ és a $B(3;7)$ pont. Számítsa ki, hogy az x tengely melyik pontjából látható derékszögben az AB szakasz! (9 pont)