

MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK KÖZÉPSZINT

Sorozatok

A szürkített háttérű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

- 1) Egy mértani sorozat első tagja 8, hányadosa 0,5. Számítsa ki a sorozat ötödik tagját! (2 pont)
- 2) Egy számtani sorozat második tagja 17, harmadik tagja 21.
 - a) Mekkora az első 150 tag összege? (5 pont)
Kiszámoltuk ebben a sorozatban az első 111 tag összegét: 25 863.
 - b) Igaz-e, hogy 25 863 számjegyeit tetszőleges sorrendben felírva mindig hárommal osztható számot kapunk? (Válaszát indokolja!) (3 pont)
 - c) Gábor olyan sorrendben írja fel 25 863 számjegyeit, hogy a kapott szám négyvel osztható legyen. Milyen számjegy állhat a tízes helyiértéken? (Válaszát indokolja!) (4 pont)
- 3) Egy kultúrpalota színháztermének a nézőtere szimmetrikus trapéz alaprajzú, a széksorok a színpadtól távolodva rövidülnek. A leghátsó sorban 20 szék van, és minden megelőző sorban 2-vel több, mint a mögötte lévőben. 500 diák és 10 kísérő tanár pont megtöltik a nézőteret. Hány széksor van a nézőtéren? (12 pont)
- 4) Mennyi annak a mértani sorozatnak a hányadosa, amelynek harmadik tagja 5, hatodik tagja pedig 40? (2 pont)
- 5) Összeadtunk ötvenöt egymást követő pozitív páratlan számot, az összeg értéke 3905.
 - a) Melyik volt az összegben az első, illetve az ötvenötödik páratlan szám? (8 pont)
 - b) Melyik az összeadottak között a legkisebb olyan szám, amelynek a prímtényezős felbontásában két különböző prímszám szerepel, és a négyzete ötre végződik? (4 pont)
- 6) Egy számtani sorozat első eleme 8, differenciája $-\frac{2}{3}$. Mekkora a sorozat negyedik eleme? (2 pont)
- 7) Egy útépítő vállalkozás egy munka elkezdésekor az első napon 220 méternyi utat aszfaltoz le. A rákövetkező napon 230 métert, az azutánin 240 métert és így tovább: a munkások létszámát naponta növelve minden következő munkanapon 10 méterrel többet, mint az azt megelőző napon.
 - a) Hány méter utat aszfaltoznak le a 11-edik munkanapon? (3 pont)
 - b) Az összes aszfaltozandó út hossza ebben a munkában 7,1 km. Hányadik munkanapon készülnek el vele? (8 pont)
 - c) Hány méter utat aszfaltoznak le az utolsó munkanapon? (3 pont)
 - d) A 21-edik napon kétszer annyian dolgoztak, mint az első napon. Igaz-e az a feltételezés, hogy a naponta elkészült út hossza egyenesen arányos a munkások létszámával? (Válaszát indokolja!) (3 pont)

- 8) Egy mértani sorozat második eleme 32, hatodik eleme 2. Mekkora a sorozat hányadosa? Írja le a megoldás menetét! (3 pont)
- 9)
- a) Határozza meg azt a háromjegyű számot, amelyről a következőket tudjuk:
- számjegyei a felírás sorrendjében egy számtani sorozat egymást követő tagjai;
 - a szám értéke 53,5-szerese a számjegyei összegének;
 - ha kivonjuk belőle az első és utolsó jegy felcserélésével kapott háromjegyű számot, akkor 594 az eredmény. (10 pont)
- b) Sorolja fel azokat a 200-nál nagyobb háromjegyű számokat, amelyeknek számjegyei a felírás sorrendjében növekvő számtani sorozat tagjai! (4 pont)
- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a b) kérdésben szereplő számok közül véletlenszerűen egyet kiválasztva, a kiválasztott szám osztható 9-cel! (3 pont)
- 10) Egy számtani sorozat első és ötödik tagjának összege 60. Mennyi a sorozat első öt tagjának összege? Válaszát indokolja! (3 pont)
- 11) Szabó nagymamának öt unokája van, közülük egy lány és négy fiú. Nem szeret levelet írni, de minden héten ír egy-egy unokájának, így öt hét alatt mindegyik unoka kap levelet.
- a) Hányféle sorrendben kaphatják meg az unokák a levelüket az öt hét alatt? (3 pont)
- b) Ha a nagymama véletlenszerűen döntötte el, hogy melyik héten melyik unokájának írt levél következik, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy lányunokája levelét az ötödik héten írta meg? (3 pont)
- Szabó nagymama sálát kötött egyetlen lányunokájának. Az első napon 8 cm készült el a sálból, és a nagymama elhatározta, hogy a további napokon mindennap 20 százalékkal többet köt meg, mint az előző napon. Ezt az elhatározását tartani tudta.
- c) Hány nap alatt készült-el a 2 méter hosszúra tervezett sál? (11 pont)
- 12) Egy számtani sorozat első tagja -3 , differenciája -17 . Számítsa ki a sorozat 100-adik tagját! Számítását részletezze! (2 pont)
- 13) Egy mértani sorozat első tagja -3 , a hányadosa -2 . Adja meg a sorozat ötödik tagját! Írja le a megoldás menetét! (3 pont)
- 14) Egy mértani sorozat első tagja -5 , hányadosa -2 . Számítsa ki a sorozat tizenegyedik tagját! Indokolja a választ! (1 pont)
- 15) Angéla a pihenőkertjük egy részére járólapokat fektetett le. Az első sorba 8 járólap került, minden további sorba kettővel több, mint az azt megelőzőbe. Összesen 858 járólapot használt fel.
- a) Hány sort rakott le Angéla? (6 pont)
- A járólapokat 225-ös csomagolásban árusítják. Minden csomagban bordó színű a járólapok 16 %-a, a többi szürke. Angéla 4 csomag járólapot vásárolt. Csak bordó színű lapokat rakott le az első és az utolsó sorba. Ezen kívül a többi sor két szélén levő 1-1 járólap is bordó, az összes többi lerakott járólap szürke.
- b) Adja meg, hogy hány szürke és hány bordó járólap maradt ki a lerakás után! (6 pont)

- 16)
- Egy számtani sorozat első tagja -7 , a nyolcadik tagja 14 . Adja meg n lehetséges értékeit, ha a sorozat első n tagjának összege legfeljebb 660 . (9 pont)
 - Egy mértani sorozat első tagja ugyancsak -7 , a negyedik tagja -189 . Mekkora az n , ha az első n tag összege -68887 ? (8 pont)
- 17) Melyik a 201-edik pozitív páros szám? Válaszát indokolja! (3 pont)
- 18) Egy számtani sorozat ötvenedik tagja 29 , az ötvenegyedik tagja 26 . Számítsa ki a sorozat első tagját! (3 pont)
- 19) Egy mértani sorozat első tagja 3 , hányadosa (-2) . Adja meg a sorozat első hat tagjának összegét! (2 pont)
- 20) Az újkori olimpiai játékok megrendezésére 1896 óta kerül sor, ebben az évben tartották az első (nyári) olimpiát Athénban. Azóta minden negyedik évben tartanak nyári olimpiát, és ezeket sorszámossal látják el. Három nyári olimpiát (az első és a második világháború miatt) nem tartottak meg, de ezek az elmaradt játékok is kaptak sorszámot.
- Melyik évben tartották a 20. nyári olimpiai játékokat? (2 pont)
 - Számítsa ki, hogy a 2008-ban Pekingben tartott nyári olimpiának mi volt a sorszáma! (2 pont)
- A nyári olimpiák szervezőinek egyik fő bevételi forrása a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel. Rendelkezésünkre állnak a következő adatok (millió dollárban számolva):
- | | | |
|--|-----|-----|
| Olimpia sorszáma | 20. | 22. |
| Bevétel a televíziós jogok értékesítéséből | 75 | 192 |
- Eszter úgy véli, hogy a televíziós jogok értékesítéséből származó bevételek – a 20. olimpiától kezdve – az egymás utáni nyári olimpiákon egy számtani sorozat egymást követő tagjait alkotják. Marci szerint ugyanezek a számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai. A saját modelljük alapján mindketten kiszámolják, hogy mennyi lehetett a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel a 27. nyári olimpián. Ezután megkeresik a tényleges adatot, amely egy internetes honlap szerint 1383 (millió dollár).
- Számítsa ki, hogy Eszter vagy Marci becslése tér el kisebb mértékben a 27. nyári olimpia tényleges adatától! (8 pont)
- 21)
- Egy számtani sorozat első tagja 2 , első hét tagjának összege $45,5$. Adja meg a sorozat hatodik tagját! (5 pont)
 - Egy mértani sorozat első tagja 5 , második és harmadik tagjának összege 10 . Adja meg a sorozat első hét tagjának az összegét! (7 pont)
- 22) Az $\{a_n\}$ számtani sorozat első tagja és differenciája is 4 . Adja meg a sorozat 26. tagját! (2 pont)
- 23) A $\{b_n\}$ mértani sorozat hányadosa 2 , első hat tagjának összege $94,5$. Számítsa ki a sorozat első tagját! Válaszát indokolja! (3 pont)

- 24) Egy számtani sorozat első tagja 5, második tagja 8.
- a) Adja meg a sorozat 80. tagját! (2 pont)
 - b) Tagja-e a fenti sorozatnak a 2005? (Válaszát számítással indokolja!) (3 pont)
 - c) A sorozat első n tagját összeadva az összeg 1550. Határozza meg n értékét! (7 pont)
- 25)
- a) Iktasson be a 6 és az 1623 közé két számot úgy, hogy azok a megadottakkal együtt egy számtani sorozat szomszédos tagjai legyenek! (5 pont)
 - b) Számítsa ki a 6 és az 1623 közötti négyvel osztható számok összegét! (7 pont)
- 26) Egy számtani sorozat hatodik tagja 15, kilencedik tagja 0. Számítsa ki a sorozat első tagját! Válaszát indokolja! (3 pont)
- 27) A kólibaktérium (hengeres) pálcika alakú, hossza átlagosan 2 mikrométer ($2 \cdot 10^{-6}$ m), átmérője 0,5 mikrométer ($5 \cdot 10^{-7}$ m).
- a) Számítsa ki egy 2 mikrométer magas és 0,5 mikrométer átmérőjű forgáshenger térfogatát és felszínét! Számításainak eredményét m^3 -ben, illetve m^2 -ben, normálalakban adja meg! (5 pont)
- Ideális laboratóriumi körülmények között a kólibaktériumok gyorsan és folyamatosan osztódnak, számuk 15 percenként megduplázódik. Egy tápoldat kezdetben megközelítőleg 3 millió kólibaktériumot tartalmaz.
- b) Hány baktérium lesz a tápoldatban 1,5 óra elteltével? (4 pont)
- A baktériumok számát a tápoldatban t perc elteltével a $B(t) = 3000000 \cdot 2^{\frac{t}{15}}$ összefüggés adja meg.
- c) Hány perc alatt éri el a kólibaktériumok száma a tápoldatban a 600 milliót? Válaszát egészre kerekítve adja meg! (8 pont)
- 28)
- a) Egy számtani sorozat első tagja 5, differenciája 3. A sorozat első n tagjának összege 440. Adja meg n értékét! (5 pont)
 - b) Egy mértani sorozat első tagja 5, hányadosa 1,2. Az első tagtól kezdve legalább hány tagot kell összeadni ebben a sorozatban, hogy az összege elérje az 500-at? (7 pont)

- 29) A vízi élőhelyek egyik nagy problémája az algásodás. Megfelelő fény- és hőmérsékleti viszonyok mellett az algával borított terület nagysága akár 1-2 nap alatt megduplázódhat.
- a) Egy kerti tóban minden nap (az előző napi mennyiséghez képest) ugyanannyi-szorosára növekedett az algával borított terület nagysága. A kezdetben $1,5 \text{ m}^2$ -en észlelhető alga hét napi növekedés után borította be teljesen a 27 m^2 -es tavat. Számítsa ki, hogy naponta hány-szorosára növekedett az algás terület! (4 pont)
- Egy parkbeli szökőkút medencéjének alakja szabályos hatszög alapú egyenes hasáb. A szabályos hatszög egy oldala $2,4 \text{ m}$ hosszú, a medence mélysége $0,4 \text{ m}$. A medence alját és oldalfalait csempével burkolták, majd a medencét teljesen feltöltötték vízzel.
- b) Hány m^2 területű a csempével burkolt felület, és legfeljebb hány liter víz fér el a medencében? (8 pont)
- A szökőkútban hat egymás mellett, egy vonalban elhelyezett kiömlő nyíláson keresztül törhet a magasba a víz. Minden vízsugarat egy-egy színes lámpa világít meg. Mindegyik vízsugár megvilágítása háromféle színű lehet: kék, piros vagy sárga. Az egyik látványprogram úgy változtatja a vízsugarak megvilágítását, hogy egy adott pillanatban három-három vízsugár színe azonos legyen, de mind a hat ne legyen azonos színű (például kék-sárga-sárga-kék-kék).
- c) Hányféle különböző látványt nyújthat ez a program, ha vízsugaraknak csak a színe változik? (5 pont)
- 30) Péter lekötött egy bankban $150\,000$ forintot egy évre, évi 4% -os kamatra. Mennyi pénzt vehet fel egy év elteltével, ha év közben nem változtatott a lekötésen? (2 pont)
- 31) A Kis család $700\,000 \text{ Ft}$ megtakarított pénzét éves lekötésű takarékbán helyezte el az A Bankban, kamatos kamatra. A pénz két évig kamatozott, évi 6% -os kamatos kamattal. (A kamatláb tehát ebben a bankban 6% volt.)
- a) Legfeljebb mekkora összeget vehettek fel a két év elteltével, ha a kamatláb a két év során nem változott? (3 pont)
- A Nagy család a B Bankban $800\,000 \text{ Ft}$ -ot helyezett el, szintén két évre, kamatos kamatra.
- b) Hány százalékos volt a B Bankban az első év folyamán a kamatláb, ha a bank ezt a kamatlábat a második évre 3% -kal növelte, és így a második év végén a Nagy család $907\,200 \text{ Ft}$ -ot vehetett fel? (10 pont)
- c) A Nagy család a bankból felvett $907\,200 \text{ Ft}$ -ért különféle tartós fogyasztási cikkeket vásárolt. Hány forintot kellett volna fizetniük ugyanezekért a fogyasztási cikkekért két évvel korábban, ha a vásárolt termékek ára az eltelt két év során csak a 4% -os átlagos éves inflációnak megfelelően változott? (A 4% -os átlagos éves infláció szemléletesen azt jelenti, hogy az előző évben 100 Ft -ért vásárolt javakért idén 104 Ft -ot kell fizetni.) (4 pont)

- 32) Csilla és Csongor ikrek, és születésükkor mindkettőjük részére takarékkönyvet nyitottak a nagyszülők. 18 éves korukig egyikőjük számlájáról sem vettek fel pénzt.
Csilla számlájára a születésekor 500 000 Ft-ot helyeztek el. Ez az összeg évi 8 %-kal kamatozik.
- a) Legfeljebb mekkora összeget vehet fel Csilla a 18. születésnapján a számlájáról, ha a kamat mindvégig 8 %? (A pénzt forintra kerekített értékben fizeti ki a bank.) (5 pont)
- Csongor számlájára a születésekor 400 000 Ft-ot helyeztek el. Ez az összeg félévente kamatozik, mindig azonos kamatlábbal.
- b) Mekkora ez a félévenkénti kamatláb, ha tudjuk, hogy Csongor a számlájáról a 18. születésnapján 2 millió forintot vehet fel? (A kamatláb mindvégig állandó.) A kamatlábat két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (7 pont)
- 33) Statisztikai adatok szerint az 1997-es év utáni években 2003-mal bezárólag a világon évente átlagosan 1,1%-kal több autót gyártottak, mint a megelőző évben. A 2003-at követő években, egészen 2007-vel bezárólag évente átlagosan már 5,4 %-kal gyártottak többet, mint a megelőző évben. 2003-ban összesen 41,9 millió autó készült.
- a) Hány autót gyártottak a világon 2007-ben? (4 pont)
- b) Hány autót gyártottak a világon 1997-ben? (4 pont)
- Válaszait százezerre kerekítve adja meg!
- 2008-ban az előző évhez képest csökkent a gyártott autók száma, ekkor a világon összesen 48,8 millió új autó hagyta el a gyárat. 2008-ban előrejelzés készült a következő 5 évre vonatkozóan. Eszerint 2013-ban 38 millió autót fognak gyártani. Az előrejelzés úgy számolt, hogy minden évben az előző évinek ugyanakkora százalékkal csökken a termelés.
- c) Hány százalékkal csökken az előrejelzés szerint az évenkénti termelés a 2008-at követő 5 év során? Az eredményt egy tizedes jegyre kerekítve adja meg! (4 pont)
- d) Elfogadjuk az előrejelzés adatát, majd azt feltételezzük, hogy 2013 után évente 3 %-kal csökken a gyártott autók száma. Melyik évben lesz így az abban az évben gyártott autók száma a 2013-ban gyártottaknak a 76 %-a? (4 pont)
- 34) Egy autó ára újonnan 2 millió 152 ezer forint, a megvásárlása után öt évvel ennek az autónak az értéke 900 ezer forint.
- a) A megvásárolt autó tulajdonosának a vezetési biztonságát a vásárláskor 90 ponttal jellemezhetjük. Ez a vezetési biztonság évente az előző évinek 6 %-ával nő. (4 pont)
- Hány pontos lesz 5 év elteltével az autótulajdonos vezetési biztonsága? Válaszát egész pontra kerekítve adja meg!
- b) Az első öt év során ennek az autónak az értéke minden évben az előző évi értékének ugyanannyi százalékkal csökken. Hány százalék ez az éves csökkenés? (8 pont)
- Válaszát egész százalékra kerekítve adja meg!

35) Egy sejttenyészetben 2 naponta kétszereződik meg a sejtek száma. Az első nap kezdetén 5000 sejtől állt a tenyészet. Hány sejt lesz a tenyészetben 8 nap elteltével?

Számításait részletezze! (3 pont)

36) A 2000 eurós tőke évi 6 %-os kamatos kamat mellett hány teljes év elteltével nőne 4024 euróra? Megoldását részletezze! (4 pont)

37) Egy számtani sorozat első tagja 56, differenciája -4 .

a) Adja meg a sorozat első 25 tagjának összegét! (2 pont)

b) Számítsa ki az n értékét és a sorozat n -edik tagját, ha az első n tag összege 408. (8 pont)

Egy mértani sorozat első tagja 10^{25} , hányadosa $0,01$.

c) Hányadik tagja ennek a sorozatnak a 100 000? (7 pont)

38) Egy bomlási folyamatban a radioaktív részecskék száma kezdetben $6 \cdot 10^{23}$, amely érték percenként az előző érték századrészére csökken. Számítsa ki a radioaktív részecskék számát 10 perc elteltével! (2 pont)

39) Zsuzsa nagyszülei elhatározzák, hogy amikor unokájuk 18 éves lesz, akkor vásárlási utalványt adnak neki ajándékba. Ezért Zsuzsa 18. születésnapja előtt 18 hónapon keresztül minden hónapban félretesznek valamekkora összeget úgy, hogy Zsuzsa 18. születésnapján éppen 90 000 forintjuk legyen erre a célra. Úgy tervezik, hogy az első alkalom után mindig 200 forinttal többet tesznek félre, mint az előző hónapban.

a) Terveik szerint mennyi pénzt tesznek félre az első, és mennyit az utolsó alkalommal? (7 pont)

Zsuzsa egyik testvére hét évvel idősebb a másik testvérénél. A két testvér életkorának mértani közepe 12.

b) Hány éves Zsuzsa két testvére? (5 pont)

40) Egy számtani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32; a és 18.

a) Határozza meg az a értékét és a sorozat differenciáját! (3 pont)

Egy mértani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32; b és 18.

b) Határozza meg a b értékét és a sorozat hányadosát! (5 pont)

A 32; c és 18 számokról tudjuk, hogy a három szám átlaga kettővel kisebb, mint a mediánja, továbbá $32 > c > 18$.

c) Határozza meg a c értékét! (5 pont)

41) E

gy számtani sorozat negyedik tagja 7, ötödik tagja -5 . Határozza meg a sorozat első tagját! Megoldását részletezze! (3 pont)

42) A kereskedelemmel foglalkozó cégek között több olyan is van, amely állandóan emelkedő fizetéssel jutalmazza a dolgozók munkavégzését. Péter munkát keres, és két cég ajánlata közül választhat:

I. ajánlat: Az induló fizetés $200\,000\text{ Ft}$, amit havonta 5000 Ft -tal emelnek négy éven át.

II. ajánlat: Az induló fizetés $200\,000\text{ Ft}$, amit havonta 2% -kal emelnek négy éven át.

a) Melyik ajánlatot válassza Péter, ha tervei szerint négy évig a választott munkahelyen akar dolgozni, és azt az ajánlatot szeretné választani, amelyik a négy év alatt nagyobb összjövedelmet kínál? (7 pont)

A Péter szerződésében szereplő napi 8 óra munkaidő rugalmas, azaz lehetnek olyan napok, amikor 8 óránál többet, és olyanok is, amikor kevesebbet dolgozik. 6 óránál kevesebbet, illetve 10 óránál többet sosem dolgozik egy nap. Az alábbi táblázatban Péter januári munkaidő-kimutatásának néhány adata látható.

Napi munkaidő (óra)	6	7	8	9	10
Hány munkanapon dolgozott ennyi órát?	4	5			3

b) Számítsa ki a táblázatból hiányzó két adatot, ha tudjuk, hogy január hónap 22 munkanapján Péter átlagosan naponta 8 órát dolgozott! (6 pont)