MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK MEGOLDÁSAI KÖZÉPSZINT

Statisztika

A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

1) Egy dolgozatnál az elérhető legmagasabb pontszám 100 volt. 15 tanuló eredményeit tartalmazza a következő táblázat:

Elért pontszám	100	95	91	80	65	31	17	8	5
A dolgozatok száma	3	2	1	2	1	2	2	1	1

a) Határozza meg az összes dolgozat pontszámának átlagát (számtani közepét), móduszát és mediánját! (5 pont)

b) A dolgozatok érdemjegyeit az alábbi táblázat alapján kell megállapítani!

Pontszám	Osztályzat
80-100	jeles
60-79	jó
40-59	közepes
20-39	elégséges
0-19	elégtelen

Ennek ismeretében töltse ki a következő táblázatot! (2 pont)

Osztályzat	jeles	jó	közepes	elégséges	elégtelen
A dolgozatok száma					

c) Készítsen kördiagramot az osztályzatok megoszlásáról! Adja meg az egyes körcikkekhez tartozó középponti szögek értékét is! (5 pont)

Megoldás:

a) Számtani átlag: $\frac{3\cdot100+2\cdot95+91+2\cdot80+65+2\cdot31+2\cdot17+8+5}{15}=\mathbf{61}$

(2+1 pont)

Módusz: 100 (1 pont)

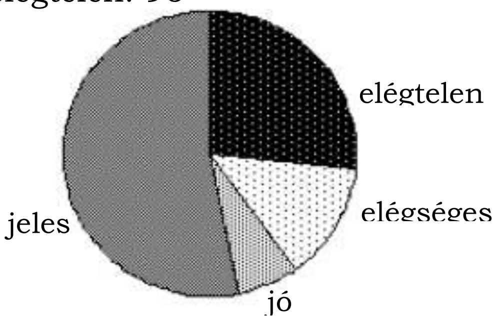
Medián: 80 (1 pont)

b)

Osztályzat	Jeles	jó	közepes	elégséges	elégtelen
A dolgozatok száma	**8**	**1**	**0**	**2**	**4**

(2 pont)

c) jeles: 192°
jó: 24°
elégséges: 48°
elégtelen: 96° (2 pont)



(3 pont)

Összesen: 12 pont

2) A fizika órai tanulókísérlet egy tömegmérési feladat volt. A mérést 19 tanuló végezte el. A mért tömegre gramm pontossággal a következő adatokat kapták: 37, 33, 37, 36,35, 36, 37, 40, 38, 33, 37, 36, 35, 35, 38, 37, 36, 35, 37.

a) Készítse el a mért adatok gyakorisági táblázatát! (3 pont)

b) Mennyi a mérési adatok átlaga gramm pontossággal? (3 pont)

c) Mekkora a kapott eredmények mediánja, módusza? (2 pont)

d) Készítsen oszlopdiagramot a mérési eredményekről! (4 pont)

Megoldás:

a)

m(g)	33	34	35	36	37	38	39	40
n(db)	**2**	**0**	**4**	**4**	**6**	**2**	**0**	**1**

(3 pont)

b) $\overline{m} = \frac{2\cdot 33+4\cdot 35+4\cdot 36+6\cdot 37+2\cdot 38+40}{19} =$ (1 pont)

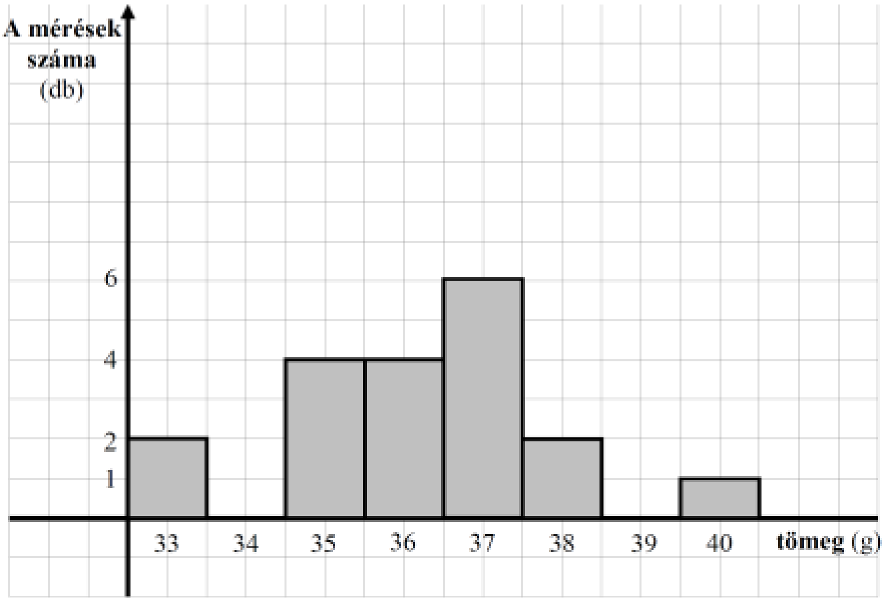
$= 36,21$ (1 pont)

$36,21 \approx$ **36 gramm** (1 pont)

c) **Medián: 36** (1 pont)

Módusz: 37 (1 pont)

d)



(4 pont)
Összesen: 12 pont

3) Egy osztály történelem dolgozatot írt. Öt tanuló dolgozata jeles, tíz tanulóé jó, három tanulóé elégséges, két tanuló elégtelen dolgozatot írt.

a) Hányan írtak közepes dolgozatot, ha tudjuk, hogy az osztályátlag 3,410-nál nagyobb és 3,420-nál kisebb? (10 pont)

b) Készítsen gyakorisági táblázatot, és ábrázolja oszlop-diagrammal az osztályzatok gyakoriságát! (4 pont)

c) A párhuzamos osztályban 32 tanuló írta meg ugyanezt a dolgozatot, és ott 12 közepes dolgozat született. Melyik osztályban valószínűbb, hogy a dolgozatok közül egyet véletlenszerűen elővéve éppen közepes dolgozat kerül a kezünkbe? (3 pont)

Megoldás:

a) Ha x tanuló írt közepes dolgozatot, akkor az átlag:

$$\frac{5\cdot5+10\cdot4+x\cdot3+3\cdot2+2\cdot1}{20+x}.$$ (2 pont)

$$3,410<\frac{5\cdot5+10\cdot4+x\cdot3+3\cdot2+2\cdot1}{20+x}<3,420$$ (2 pont)

$68,2+3,41x<73+3x<68,4+3,42x$ (Szabad az egyenlőtlenséget a tört nevezőjével szorozni, mert az pozitív szám.)

Az első egyenlőtlenségből: $x<11,7$ (2 pont)

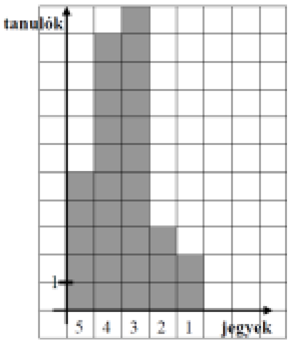
A második egyenlőtlenségből: $10,95<x$ (2 pont)

Tehát 11 tanuló írt közepes dolgozatot. (1 pont)

Ellenőrzés: így az átlag $\frac{106}{31}\approx3,419$ (1 pont) b)

jegyek	5	4	3	2	1
tanulók	**5**	**10**	**11**	**3**	**2**

(1 pont)



(3 pont)

c) Az eredeti osztályban $\frac{11}{31}$ a közepes dolgozat kiválasztásának valószínűsége.

(1 pont)

A párhuzamos osztályban $\frac{12}{32}$ a valószínűség (1 pont)

$\frac{11}{31} < \frac{12}{32}$ **Tehát a párhuzamos osztályban nagyobb a közepes dolgozat kiválasztásának a valószínűsége**. (1 pont)

Összesen: 17 pont

4) Az alábbi adatok március első hetében mért napi hőmérsékleti maximumok (az adatokat °C-ban mérték):

hétfő	kedd	szerda	csütörtök	péntek	szombat	vasárnap
5,2	**1,6**	**3,1**	**–0,6**	**–1,1**	**1,6**	**0**

Mennyi volt ezen a héten a hőmérsékleti maximumok átlaga? (2 pont)

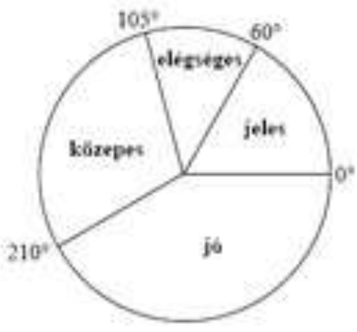
Megoldás:

$\frac{9,8^\circ}{7} = \mathbf{1,4}^\circ$ (2 pont)

5) A 12. évfolyam tanulói magyarból próbaérettségit írtak. Minden tanuló egy kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4 és 5 számjegyekből mindegyiket pontosan egyszer tartalmazta valamilyen sorrendben.

a) Hány tanuló írta meg a dolgozatot, ha az összes képezhető kódszámot mind kiosztották? (3 pont)

b) Az alábbi kördiagram a dolgozatok eredményét szemlélteti:
Adja meg, hogy hány tanuló érte el a szereplő érdemjegyeket! Válaszát foglalja táblázatba, majd a táblázat adatait szemléltesse oszlop-diagramon is! (6 pont)



c) Az összes megírt dolgozatból véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy jeles vagy jó dolgozatot veszünk a kezünkbe? (3 pont)

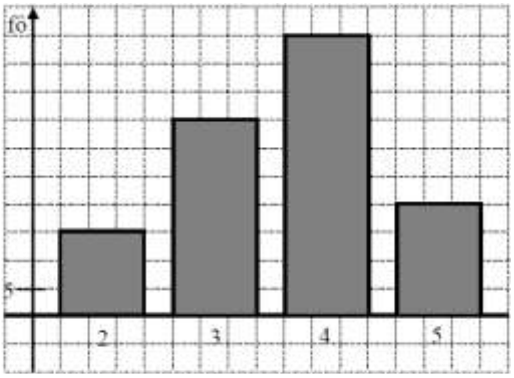
Megoldás:

a) Az összes képezhető kódok száma 5!. (2 pont)
120 tanuló írt dolgozatot. (1 pont)

b)

jegyek	2	3	4	5
fok	45°	105°	150°	60°
fő	**15**	**35**	**50**	**20**

(4 pont)



(2 pont)

c) A 4-es és az 5-ös dolgozatok száma összesen: 70. (1 pont)

A keresett valószínűség: $\mathbf{\frac{70}{120}=\frac{7}{12}\approx 0,583}$ (2 pont)

Összesen: 12 pont

6) Egy márciusi napon öt alkalommal mérték meg a külső hőmérsékletet. A kapott adatok átlaga 1 °C, mediánja 0 °C. Adjon meg öt ilyen lehetséges hőmérséklet értéket! (4 pont)

Megoldás:

Például: $\mathbf{-2;-1;0;1;7}$ (megfelel mindkét középértéknek). (4 pont)

7) Egy tanulmányi verseny döntőjében 8 tanuló vett részt. Három feladatot kellett megoldaniuk. Az első feladat maximálisan elérhető pontszáma 40, a másodiké 50, a harmadiké 60. A nyolc versenyző feladatonkénti eredményeit tartalmazza az alábbi táblázat:

Versenyző sorszáma	I.	II.	III.	Összpontszám	Százalékos teljesítmény
1.	28	16	40		
2.	31	35	44		
3.	32	28	56		
4.	40	42	49		
5.	35	48	52		
6.	12	30	28		
7.	29	32	45		
8.	40	48	41		

a) Töltse ki a táblázat hiányzó adatait! A százalékos teljesítményt egészre kerekítve adja meg!
Melyik sorszámú versenyző nyerte meg a versenyt, ki lett a második, és ki a harmadik helyezett? (5 pont)

b) A nyolc versenyző dolgozata közül véletlenszerűen kiveszünk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy 75%-osnál jobb teljesítményű dolgozat került a kezünkbe? (2 pont)

c) Egy tanuló betegség miatt nem tudott megjelenni a döntőn. Másnap megkapta, és megoldotta a feladatokat. Eredményét később összehasonlította a nyolc döntős versenyző eredményével. Észrevette, hogy az első feladatot a versenyzők I. feladatra kapott pontszámainak a mediánjára teljesítette (egészre kerekítve), a második feladatot pedig a nyolc versenyző II. feladata pontszámainak a számtani közepére (szintén egészre kerekítve). A III. feladatot 90%-ra teljesítette.
Mennyi lett ennek a tanulónak az összpontszáma? Ezzel hányadik helyen végzett volna? (5 pont)

Megoldás:

a)

Versenyző sorszáma	I.	II.	III.	Összpontszám	Százalékos teljesítmény
1.	28	16	40	**84**	**56**
2.	31	35	44	**110**	**73**
3.	32	28	56	**116**	**77**
4.	40	42	49	**131**	**87**
5.	35	48	52	**135**	**90**
6.	12	30	28	**70**	**47**
7.	29	32	45	**106**	**71**
8.	40	48	41	**129**	**86**

(2+2 pont)

1. helyezett: 5. sorszámú versenyző;

2. helyezett: 4. sorszámú versenyző;

3. helyezett: 8. sorszámú versenyző. (1 pont)

b) Mivel a 8 dolgozat között 4 darab dolgozat eredménye volt 75% felett, a keresett valószínűség: $\mathbf{\frac{4}{8}=0,5\ (50\%)}$. (2 pont)

c) Az I. feladat pontszámainak mediánja: 31,5 (ami kerekítve 32),
a II. pontszámainak számtani közepe: $\frac{279}{8}=34,875$ (ami kerekítve 35)(1 pont)

Az I. feladat pontszámainak mediánja: 31,5 (ami kerekítve 32), (1 pont)
a II. pontszámainak számtani közepe: $\frac{279}{8}=34,875$ (ami kerekítve 35)

(1 pont)

III. feladat a 60 pont 90%-a: 54 pont. (1 pont)
A megfelelő kerekítéseket elvégezve, összesítve $32+35+54=121$ pont, ami a **4. helyezést** jelenthette volna. (1 pont)

Összesen: 12 pont

8) Máté a tanév során 13 érdemjegyet kapott matematikából. Ezek időrendben: 4, 4, 3, 4, 4, 2, 5, 4, 3, 1, 3, 3, 2. Adja meg a jegyek móduszát és mediánját! (2 pont)

Megoldás:

Módusz: **4** (1 pont)
Medián: **3** (1 pont)

Összesen: 2 pont

9) Egy gimnáziumban 50 diák tanulja emelt szinten a biológiát. Közülük 30-an tizenegyedikesek és 20-an tizenkettedikesek. Egy felmérés alkalmával a tanulóktól azt kérdezték, hogy hetente átlagosan hány órát töltenek a biológia házi feladatok megoldásával. A táblázat a válaszok összesített eloszlását mutatja.

A biológia házi feladatok megoldásával hetente eltöltött órák száma*	**0-2**	**2-4**	**4-6**	**6-8**	**8-10**
Tanulók száma	**3**	**11**	**17**	**15**	**4**

*** A tartományokhoz az alsó határ hozzátartozik, a felső nem.**

a) Ábrázolja oszlopdiagramon a táblázat adatait! (3 pont)

b) Átlagosan hány órát tölt a biológia házi feladatok megoldásával hetente ez az 50 tanuló? Az egyes időintervallumok esetében a középértékekkel (1, 3, 5, 7 és 9 órával) számoljon! (3 pont)

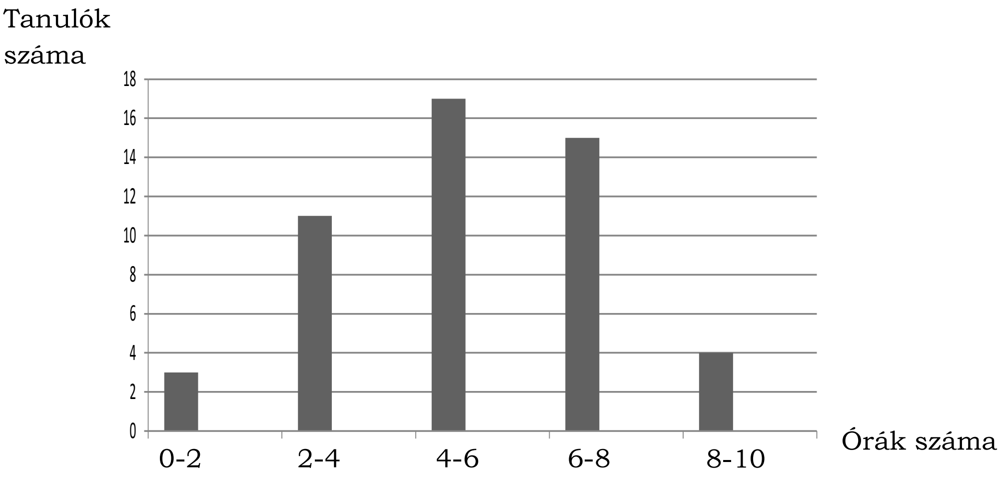
Egy újságíró két tanulóval szeretne interjút készíteni. Ezért a biológiát emelt szinten tanuló 50 diák névsorából véletlenszerűen kiválaszt két nevet.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy az egyik kiválasztott tanuló tizenegyedikes, a másik pedig tizenkettedikes? (6 pont)

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét kiválasztott tanuló legalább 4 órát foglalkozik a biológia házi feladatok elkészítésével hetente? (5 pont)

Megoldás:

a)



(3 pont)

b) A középértékekkel számított átlag: $\frac{3\cdot 1+11\cdot 3+17\cdot 5+15\cdot 7+4\cdot 9}{50}=\frac{262}{50}$ (2 pont)

$=5,24$ **A tanulók tehát átlagosan 5,24 órát $(\approx$ 5 óra 14 perc$)$ töltenek a biológia házi feladatok megoldásával hetente.** (1 pont)

c) 50 tanuló közül $\binom{50}{2}=\frac{50\cdot 49}{2}=1225$–féleképpen lehet két tanulót kiválasztani. (2 pont)

A két évfolyamból 30, illetve 20-féleképpen lehet egy-egy tanulót kiválasztani, így a kedvező esetek száma: $30\cdot 20=600$. (2 pont)

A kérdéses valószínűség: $\boldsymbol{p=\frac{600}{1225}=\frac{24}{49}}$ (2 pont)

d) Hetente legalább 4 órát 36 tanuló tölt a biológia házi feladatok megoldásával. (1 pont)

Közülük két tanulót $\binom{36}{2}=\frac{35\cdot 36}{2}=630$ –féleképpen lehet kiválasztani.(2 pont)

Így a keresett valószínűség: $\boldsymbol{p=\frac{630}{1225}=\frac{18}{35}}$ (2 pont)

Összesen: 17 pont

10) Öt szám átlaga 7. Az öt szám közül négyet ismerünk, ezek az 1, a 8, a 9 és a 12. Határozza meg a hiányzó számot! Válaszát számítással indokolja! (3 pont)

Megoldás:

Legyen az ötödik szám x, ekkor $\frac{1+8+9+12+x}{5}=7$ (1 pont)

$\boldsymbol{x=5}$ (2 pont)

Összesen: 3 pont

11) Rozi irodalomból a tanév során a következő jegyeket kapta: 2; 4; 3; 5; 2; 4; 5; 3; 5. Mi lenne az év végi osztályzata, ha az a kapott jegyek mediánja lenne? (2 pont)

Megoldás:

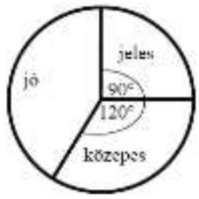
Az év végi osztályzat medián esetén **4**. (2 pont)

12) A kézilabdaedzéseken 16 tanuló vesz részt, átlagmagasságuk 172 cm. Mennyi a magasságaik összege? (2 pont)

Megoldás:

A 16 tanuló magasságának összege:
$(16\cdot 172=)$ **2752 (cm)** (2 pont)

13) Egy iskolában 120 tanuló érettségizett matematikából. Nem volt sem elégtelen, sem elégséges dolgozat. Az eredmények eloszlását az alábbi kördiagram szemlélteti.
Hányan kaptak jeles, jó, illetve közepes osztályzatot? (3 pont)



Megoldás:

A jeles osztályzatok száma: **30**. (1 pont)
A jó osztályzatok száma: **50**. (1 pont)
A közepes osztályzatok száma: **40**. (1 pont)
Összesen: 3 pont

14) Számítsa ki a 12 és 75 számok mértani közepét! (2 pont)

Megoldás:

A mértani közép: **30**. (2 pont)

15) Egy 2000. január elsejei népesség-statisztika szerint a Magyarországon élők kor és nem szerinti megoszlása (ezer főre) kerekítve az alábbi volt:

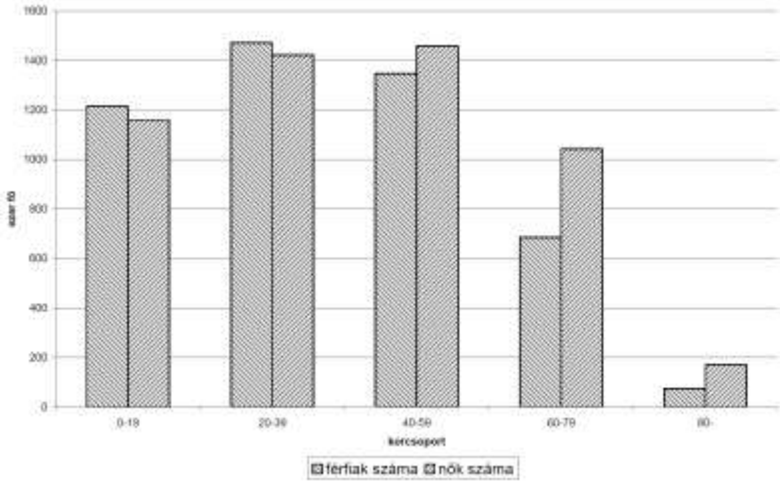
Korcsoport (év)	Férfiak száma (ezer fő)	Nők száma (ezer fő)
0 – 19	1214	1158
20 – 39	1471	1422
40 – 59	1347	1458
60 – 79	685	1043
80 -	75	170

a) Melyik korcsoport volt a legnépesebb? A táblázat adatai alapján adja meg, hogy hány férfi és hány nő élt Magyarországon 2000. január elsején? (3 pont)
b) Ábrázolja egy közös oszlopdiagramon, két különböző jelölésű oszloppal a férfiak és a nők korcsoportok szerinti megoszlását! (5 pont)
c) Számítsa ki a férfiak százalékos arányát a 20 évnél fiatalabbak korcsoportjában, valamint a legalább 80 évesek között! (4 pont)

Megoldás:

a) A 20-39 éves korcsoport volt a legnépesebb (2 893 ezer fő). (1 pont)
4792 ezer (4 792 000) férfi (1 pont)
és **5251 ezer** (5 251 000) nő élt az országban. (1 pont)

b)



(5 pont)

c) A 20 évnél fiatalabb férfiak száma 1214 ezer, a korcsoport lélekszáma 2372 ezer fő volt, (1 pont)

tehát a férfiak százalékos aránya:

$\frac{1214}{2372} \approx \mathbf{0{,}512} = \mathbf{51{,}2}\%$ (1 pont)

A legalább 80 éves férfiak száma 75 ezer, a korcsoport lélekszáma 245 ezer fő volt, (1 pont)

tehát a férfiak százalékos aránya:

$\frac{75}{245} \approx \mathbf{0{,}306} = \mathbf{30{,}6}\%$ (1 pont)

Összesen: 12 pont

16) Számítsa ki 25 és 121 számtani és mértani közepét! (2 pont)

Megoldás:

A számtani közép értéke: **73**. (1 pont)
A mértani közép értéke: **55**. (1 pont)

Összesen: 2 pont

17) Melyik az a legnagyobb szám az alábbi 12 szám közül, amelynek elhagyásával a megmaradt 11 szám mediánja 6?
6; 4; 5; 5; 1; 10; 7; 6; 11; 2; 6; 5 (2 pont)

Megoldás:

Az elhagyott szám: **5**. (2 pont)

18) Az alábbi táblázat egy 7 fős csoport tagjainak cm-ben mért magasságait tartalmazza. Mekkora a csoport átlagmagassága? A csoport melyik tagjának a magassága van legközelebb az átlagmagassághoz?

Anna	Bea	Marci	Karcsi	Ede	Fanni	Gábor
155	158	168	170	170	174	183

(3 pont)

Megoldás:

Az átlag fogalmának helyes használata. (1 pont)

Az átlag: $\approx \mathbf{168,3\ cm}$. (1 pont)

Az átlagmagassághoz legközelebb **Marci** magassága van. (1 pont)

Összesen: 3 pont

19) Egy 17 fős csoport matematika témazáró dolgozatának értékelésekor a tanár a következő információkat közölte:
Mind a 17 dolgozatot az 1-es, a 2-es, a 3-as, a 4-es és az 5-ös jegyek valamelyikével osztályozta.
A jegyek mediánja 4, módusza 4, terjedelme 4 és az átlaga (két tizedes jegyre kerekítve) 3,41.
Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, illetve hamis!
a) A dolgozatoknak több mint a fele jobb hármasnál. (1 pont)
b) Nincs hármasnál rosszabb dolgozat. (1 pont)

Megoldás:

a) **igaz** (1 pont)
b) **hamis** (1 pont)

Összesen: 2 pont

20) Számítsa ki azt a két pozitív számot, amelyek számtani (aritmetikai) közepe 8, mértani (geometriai) közepe pedig 4,8. (12 pont)

Megoldás:

(Jelölje a két keresett számot x és y.)

A számtani közép $\frac{x+y}{2}$, (1 pont)

A mértani közép $\frac{x+y}{2}$, (1 pont)

$x+y=16$ (1 pont)

$x\cdot y=23,04$ (1 pont)

$y=16-x$, $(16-x)x=23,04$ (1 pont)

Az egyenletrendszerből adódó másodfokú egyenlet

$x^2-16x+23,04=0$ (2 pont)

melynek gyökei $x_1=1,6$ és $x_2=14,4$. (2 pont)

$y_1=14,4$ és $y_2=1,6$, (2 pont)

A két szám az **1,6** és a **14,4**. (1 pont)

Összesen: 12 pont

21) **Megkérdeztek 25 családot arról, hogy hány forintot költöttek az elmúlt hónapban friss gyümölcsre. A felmérés eredményét mutatja az alábbi táblázat:**

3500	**4500**	**5600**	**4000**	**6800**
4000	**3400**	**5600**	**6200**	**4500**
500	**5400**	**2500**	**2100**	**1500**
9000	**1200**	**3800**	**2800**	**4500**
4000	**3000**	**5000**	**3000**	**5000**

(Az adatokat tekintsük pontos értékeknek!)

a) **Hány forintot költöttek átlagosan ezek a családok friss gyümölcs vásárlására az elmúlt hónapban?** **(3 pont)**

b) **Ossza 1000 Ft terjedelmű osztályokba a fenti értékeket, kezdve a 0-1000 Ft, 1001-2000 Ft stb. osztályokkal, és ábrázolja ezeknek az osztályoknak a gyakoriságát oszlopdiagramon!** **(5 pont)**

c) **Az 500 Ft és a 9000 Ft kiugró értékek.** **(6 pont)**
Mennyi a megmaradt adatok átlaga, ha ezeket a kiugró értékeket elhagyjuk az adatok közül?
Hány százalékos változást jelent ez az eredeti átlaghoz képest, és milyen irányú ez a változás?
Mennyi az így keletkezett új adatsor terjedelme?

(Az átlagot forintra, a százaléklábat két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

d) **Az eredeti mintát a vizsgálatot végző cég két új család megfelelő adatával bővítette. Az egyik az eredeti átlagnál 1000 Ft-tal többet, a másik ugyanennyivel kevesebbet költött havonta friss gyümölcsre. Mutassa meg számítással, hogy így az átlag nem változott!** **(3 pont)**

Megoldás:

a) A 25 elemű mintában az elemek összege 101400. (1 pont)

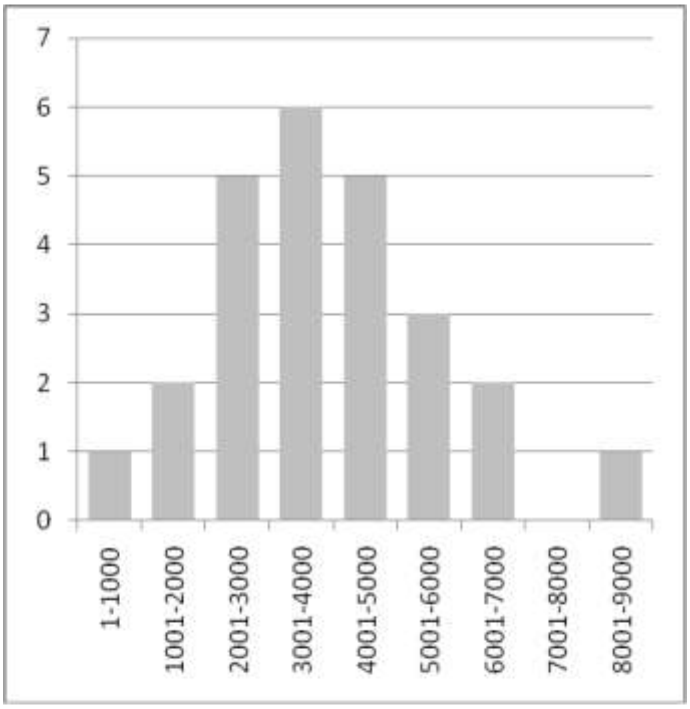
Így az átlag $\frac{101400}{25} =$ (1 pont)

$= \mathbf{4056\ (Ft)}$ (1 pont)

b) Az 1000 Ft-os osztályokba sorolt adatok gyakorisági táblázata:

Havi költség Ft-ban	Családok száma
1-1000	1
1001-2000	2
2001-3000	5
3001-4000	6
4001-5000	5
5001-6000	3
6001-7000	2
7001-8000	0
8001-9000	1

(3 pont)



(2 pont)

c) A két szélső adat elhagyásával az új átlag: $\frac{91900}{23} \approx$ (1 pont)

$\approx 3996\ (\text{Ft})$ (1 pont)

Mivel $\frac{3996}{4056} \approx 0{,}9852$, (1 pont)

ezért az átlag $\approx 1{,}48\%$-kal csökkent. (1 pont)

Az új adatsor legkisebb eleme 1200 Ft, legnagyobb eleme 6800 Ft, (1 pont)

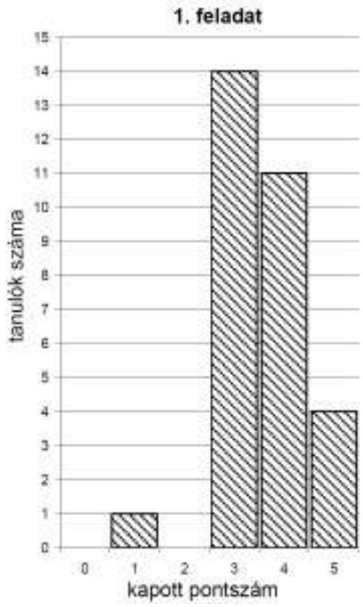
így terjedelme **5600 Ft**. (1 pont)

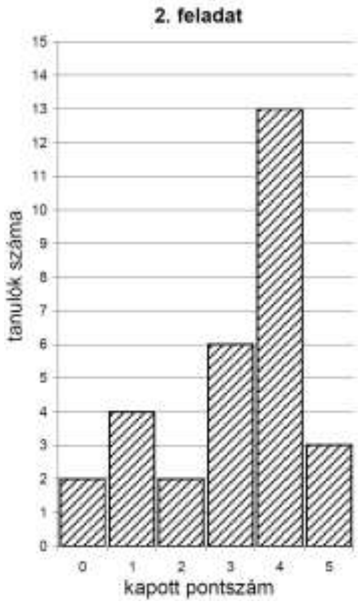
d) Az új átlag $\frac{25 \cdot 4056 + (4056 - 1000) + (4056 + 1000)}{27} =$ (2 pont)

$= \frac{27 \cdot 4056}{27} = \mathbf{4056}$ (1 pont)

Összesen: 17 pont

22) **Egy iskolai tanulmányi verseny döntőjébe 30 diák jutott be, két feladatot kellett megoldaniuk. A verseny után a szervezők az alábbi oszlopdiagramokon ábrázolták az egyes feladatokban szerzett pontszámok eloszlását:**

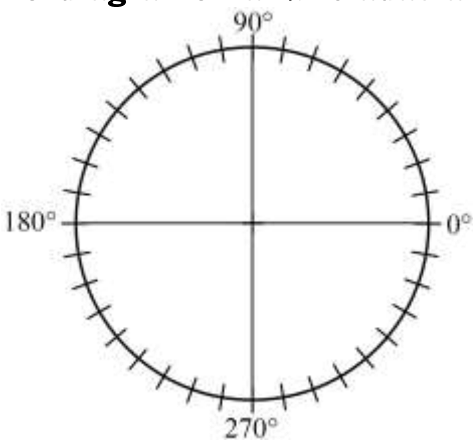




a) **A diagramok alapján töltse ki a táblázat üres mezőit! Az első feladatra kapott pontszámok átlagát két tizedes jegyre kerekítve adja meg!** **(3 pont)**

	1. feladat	2. feladat
pontszámok átlaga		**3,10**
pontszámok mediánja		

b) **A megfelelő középponti szögek megadása után ábrázolja kördiagramon a 2. feladatra kapott pontszámok eloszlását!** **(4 pont)**



c) **A versenyen minden tanuló elért legalább 3 pontot. Legfeljebb hány olyan tanuló lehetett a versenyzők között, aki a két feladat megoldása során összesen pontosan 3 pontot szerzett?** **(5 pont)**

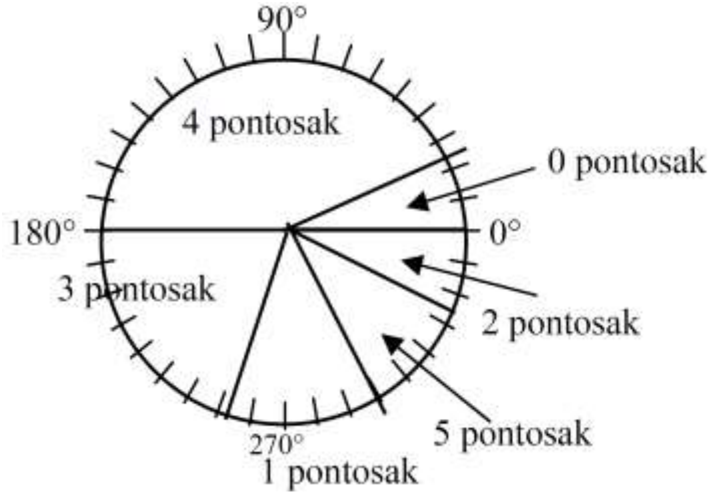
Megoldás:

a)

	1. feladat	2. feladat
pontszámok átlaga	3,57	3,10
pontszámok mediánja	3,5	4

(3 pont)

b) Egy tanulóhoz tartozó középponti szög: 12°. (1 pont)
13 tanulóhoz 156°, 6 tanulóhoz 72°, 4 tanulóhoz 48°, 3 tanulóhoz 36°, 2 tanulóhoz 24° tartozik. (1 pont)



(2 pont)

c) Egy tanuló 3 pontot négyféleképpen érhetne el:
$0+3$; $1+2$; $2+1$; $3+0$. (1 pont)
A diagram alapján nem valósulhat meg: $0+3$; $2+1$. (1 pont)
$1+2$ pontot 1 tanuló kaphatott. (1 pont)
$3+0$ pontot 2 tanuló kaphatott. (1 pont)
Legfeljebb 3 tanuló érhetett el pontosan 3 pontot. (1 pont)

Összesen: 12 pont

23) Adja meg a 2; 11; 7; 3; 17; 5; 13 számok mediánját! (2 pont)

Megoldás:

A medián: **7**. (2 pont)

24) Egy felmérés során két korcsoportban összesen 200 embert kérdeztek meg arról, hogy évente hány alkalommal járnak színházba. Közülük 120-an 40 évesnél fiatalabbak, 80 válaszadó pedig 40 éves vagy annál idősebb volt. Az eredményeket (százalékos megoszlásban) az alábbi diagram szemlélteti.

a) Hány legalább 40 éves ember adta azt a választ, hogy 5-nél kevesebbszer volt színházban? (3 pont)

b) A megkérdezettek hány százaléka jár évente legalább 5, de legfeljebb 10 alkalommal színházba? (4 pont)

c) A 200 ember közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt. Mekkora a valószínűsége annak, hogy közülük legfeljebb az egyik fiatalabb 40 évesnél?
Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (5 pont)

Megoldás:

a) A legalább 40 éveseknek a 18,75%-a adta az idézett választ. (1 pont)
80-nak a 18,75%-a: $80 \cdot 0{,}1875$. (1 pont)
Tehát **15** legalább 40 éves ember adta az „5-nél kevesebbszer" választ. (1 pont)

b) A 40 év alattiak közül $120 \cdot 0{,}35 = 42$, (1 pont)
a legalább 40 évesek közül $80 \cdot 0{,}375 = 30$, (1 pont)
azaz összesen 72 olyan ember van, aki évente 5−10 alkalommal jár színházba. (1 pont)
Ez a szám a megkérdezettek **36%**-a. (1 pont)

c) Az összes lehetséges kiválasztás: $\binom{200}{2} (= 19900)$. (1 pont)
Ezek közül mindkét véletlenszerűen kiválasztott legalább 40 éves: $\binom{80}{2} (= 3160)$ esetben, (1 pont)
különböző korosztályú: $80 \cdot 120 (= 9600)$ esetben. (1 pont)
A kérdezett esemény valószínűsége: $\dfrac{\binom{80}{2} + 80 \cdot 120}{\binom{200}{2}} \left(= \dfrac{12760}{19900} \right)$. (1 pont)
Tehát **0,641** a valószínűsége annak, hogy legfeljebb egy 40 évnél fiatalabb van a kiválasztottak között. (1 pont)
A feladat megoldható a komplementer esemény valószínűségének kiszámításával is.

Összesen: 12 pont

25) Az alábbi táblázat András és Bea érettségi érdemjegyeit mutatja.

	András	**Bea**	**Cili**
Magyar nyelv és irodalom	**3**	**4**	
Matematika	**4**	**5**	
Történelem	**4**	**4**	
Angol nyelv	**3**	**5**	
Fölrajz	**5**	**5**	

a) Számítsa ki András jegyeinek átlagát és szórását! (3 pont)
Cili érettségi eredményéről azt tudjuk, hogy jegyeinek átlaga András és Bea jegyeinek átlaga közé esik, továbbá Cili jegyeinek a szórása 0.
b) Töltse ki a táblázatot Cili jegyeivel! (3 pont)
Dávid is ebből az 5 tárgyból érettségizett, az 5 tárgy az ő bizonyítványában is a fenti sorrendben szerepel. Eredményeiről azt tudjuk, hogy jegyeinek mediánja 4, átlaga pedig 4,4 lett.
c) Határozza meg Dávid osztályzatait és azt, hogy hányféleképpen lehetne ezekkel az osztályzatokkal kitölteni az érettségi bizonyítványát! (7 pont)
Az ábra a 24 fős osztály érettségi eredményeinek megoszlását mutatja matematikából. Tudjuk, hogy jeles osztályzatot 4 tanuló ért el.

d) Az osztály tanulói közül hányan érettségiztek közepes eredménnyel matematikából? (4 pont)

Megoldás:

a) András jegyeinek átlaga 3,8, (1 pont)

így jegyeinek szórása $\sqrt{\frac{(3-3,8)^2+...+(5-3,8)^2}{5}} \approx$ (1 pont)

$\approx \mathbf{0,75}$ (1 pont)

b) András jegyeinek átlaga 3,8, Bea jegyeinek átlaga 4,6. (1 pont)
Mivel Cili jegyeinek szórása 0, ezért minden jegye azonos. (1 pont)
Így Cilinek **minden jegye 4-es**. (1 pont)

c) Dávid jegyeinek összege 22, (1 pont)
jegyeit nagyság szerint sorba rendezve a középső 4-es. (1 pont)
A jegyek között 1-es, 2-es és 3-as nem szerepelhet. Négy darab 4-ese nem lehet, mert akkor a jegyek összege nem lehet 22. (1 pont)
Dávid jegyei: 4; 4; 4; 5; 5. (1 pont)

Ezekkel a jegyekkel érettségi bizonyítványát $\binom{5}{2}$ (2 pont)

$= \mathbf{10}$ -féleképpen lehet kitölteni. (1 pont)

d) Jeles osztályzatot az osztály $\frac{1}{6}$ része ért el, a hozzájuk tartozó körcikk középponti szöge 60°. (1 pont)
A közepes osztályzatot elérőkhöz tartozó középponti szög $360^\circ-\left(60^\circ+45^\circ+150^\circ\right)=105^\circ$, (1 pont)

az ehhez tartozó diákok száma: $\frac{105^\circ}{360^\circ}\cdot 24$, (1 pont)

vagyis közepes osztályzatot **7 diák** szerzett. (1 pont)

Összesen: 17 pont

26) Egy teherautóval több zöldségboltba almát szállítottak. Az egyik üzletbe 60 kg jonatánt, 135 kg starkingot, 150 kg idaredet és 195 kg golden almát vittek. A jonatán és az idared alma kilóját egyaránt 120 Ft-ért, a starking és a golden kilóját 85 Ft-ért árulta a zöldséges.

a) Hány százalékkal volt drágább a jonatán alma kilója a goldenéhez képest? (2 pont)

b) Mennyi bevételhez jutott a zöldséges, ha a teljes mennyiséget eladta? (2 pont)

c) A zöldségeshez kiszállított árukészlet alapján számítsa ki, hogy átlagosan mennyibe került nála 1 kg alma! (3 pont)

d) Ábrázolja kördiagramon a zöldségeshez érkezett alma mennyiségének fajták szerinti megoszlását! (6 pont)

A jonatán alma mérete kisebb, mint az idaredé, így abból átlagosan 25%-kal több darab fér egy ládába, mint az idaredből. Rakodásnál mindkét fajtából kiborult egy-egy tele láda alma, és tartalmuk összekeveredett.

e) A kiborult almákból véletlenszerűen kiválasztva egyet, mekkora a valószínűsége annak, hogy az jonatán lesz? (4 pont)

Megoldás:

a) $\frac{120}{85} \approx 1,41$ (1 pont)

Kb. **41%-kal drágább** a jonatán alma (1 pont)

b) $60 \cdot 120 + 150 \cdot 120 + 195 \cdot 85 + 135 \cdot 85 = 53250$ (1 pont)

Tehát **53250 Forint bevétel**hez jutott a zöldséges. (1 pont)

c) Az összes alma mennyisége 540 kg. (1 pont)

Átlagos almaár: $\frac{53250}{540} \approx 98,6$ (1 pont)

Tehát átlagosan **98,6 Forintba került** egy alma. (1 pont)

d) Az egyes almafajták mennyiségéhez tartozó középponti szögek:

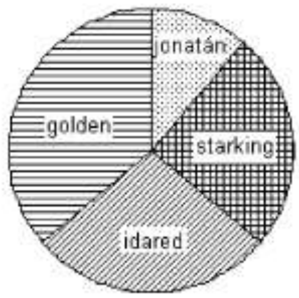
60kg: $\frac{60 \cdot 360°}{540} = \mathbf{40°}$

135 kg: **90°**

150 kg: **100°**

195 kg: **130°** (2 pont)

Kördiagram: (4 pont)

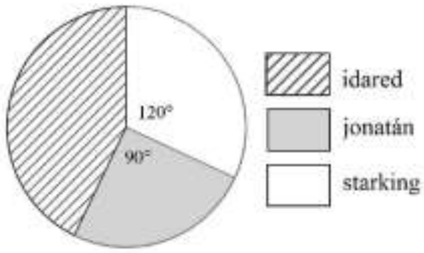


e) A kiborult jonatán és idared almák darabszámának aránya: 1,24:1 (2 pont)

A keresett valószínűség: $\frac{1,25}{2,25} = \frac{5}{9} \approx \mathbf{0,56}$ (2 pont)

Összesen: 17 pont

27) **Egy gyümölcsárus háromféle almát kínál a piacon. A teljes készletről kördiagramot készítettünk.**
Írja a táblázat megfelelő mezőibe a hiányzó adatokat! **(3 pont)**



Megoldás:

Minden hiányzó adat megadásáért 1-1 pont jár:

Alma fajtája	A körcikk középponti szöge (fok)	Mennyiség (kg)
jonatán	90	**36**
idared	**150**	**60**
starking	120	48

(3 pont)

Összesen (3 pont)

28) **Egy végzős osztály diákjai projektmunka keretében különböző statisztikai felméréseket készítettek az iskola tanulóinak körében.**

a) **Éva 150 diákot kérdezett meg otthonuk felszereltségéről. Felméréséből kiderült, hogy a megkérdezettek közül kétszer annyian rendelkeznek mikrohullámú sütővel, mint mosogatógéppel. Azt is megtudta, hogy 63-an mindkét géppel, 9-en egyik géppel sem rendelkeznek. A megkérdezettek hány százalékának nincs otthon mikrohullámú sütője?** **(6 pont)**

b) **Jóska a saját felmérésében 200 diákot kérdezett meg arról, hogy hány számítógépük van a háztartásban. A válaszokat a következő táblázatban összesítette:**

A számítógépek száma a háztartásban	Gyakoriság
0	3
1	94
2	89
3	14

Jóska felmérése alapján töltse ki az alábbi táblázatot az egy háztartásban található számítógépek számáról! **(4 pont)**

A számítógépek számának átlaga	
A számítógépek számának mediánja	
A számítógépek számának módusza	

c) **Tamás a saját felmérése alapján a következőt állítja:**
Minden háztartásban van televízió.
Az alábbi négy állítás közül válassza ki azt a kettőt, amely Tamás állításának tagadása!
A) **Semelyik háztartásban nincs televízió.**
B) **Van olyan háztartás, ahol van televízió.**
C) **Van olyan háztartás, ahol nincs televízió.**
D) **Nem minden háztartásban van televízió.** **(2 pont)**

Megoldás:

a) A mosogatógéppel rendelkezők számát jelölje x, a mikrohullámú sütővel rendelkezők számát $2x$. (1 pont)
Valamelyik géppel 141-en rendelkeznek:
$2x + x - 63 = 141$, (2 pont)
amiből $x = 68$. (1 pont)
Nincs mikrohullámú sütője $150 - 2 \cdot 68 = 14$ megkérdezettnek, (1 pont)
ők az összes megkérdezett kb. **9,3%-át** jelentik. (1 pont)

b) Az egy háztartásban található számítógépek számának átlaga:
$\frac{3 \cdot 0 + 94 \cdot 1 + 89 \cdot 2 + 14 \cdot 3}{200} =$ (1 pont)
$= \mathbf{1,57}$. (1 pont)
A medián **2**, (1 pont)
a módusz **1**. (1 pont)

c) Az állítás tagadásai: **C** és **D.** (2 pont)

Összesen: 12 pont

29) Kóstolóval egybekötött termékbemutatót tartottak egy új kávékeverék piaci megjelenését megelőzően. Két csoport véleményét kérték úgy, hogy a terméket az 1-től 10-ig terjedő skálán mindenkinek egy-egy egész számmal kellett értékelnie. Mindkét csoport létszáma 20 fő volt. A csoportok értékelése az alábbi táblázatban látható.

pontszám	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
gyakoriság az 1. csoportban	0	0	1	0	6	8	2	2	1	0
gyakoriság a 2. csoportban	0	8	0	2	0	1	0	0	0	9

a) Ábrázolja közös oszlopdiagramon, különböző jelölésű oszlopokkal a két csoport pontszámait! A diagramok alapján fogalmazzon meg véleményt arra vonatkozóan, hogy melyik csoportban volt nagyobb a pontszámok szórása! Véleményét a diagramok alapján indokolja is! (5 pont)

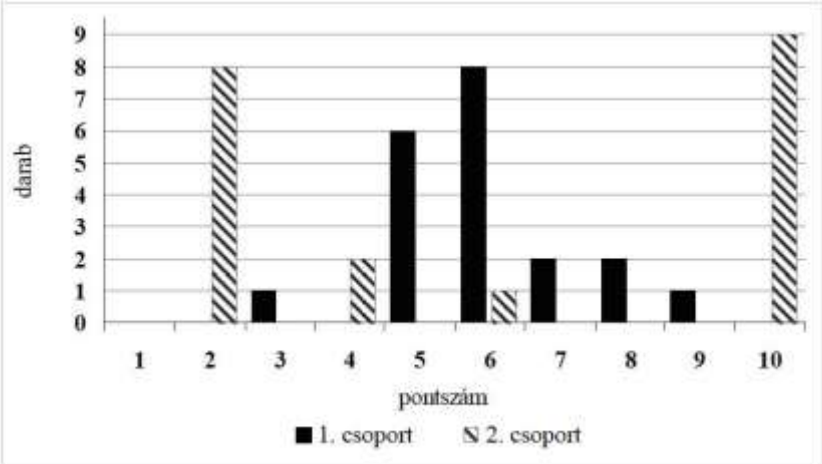
b) Hasonlítsa össze a két csoport pontszámainak szórását számítások segítségével is! (5 pont)

Kétféle kávéból 14 kg 4600 Ft/kg egységárú kávékeveréket állítanak elő. Az olcsóbb kávéfajta egységára 4500 Ft/kg, a drágábbé pedig 5000 Ft/kg.

c) Hány kilogramm szükséges az egyik, illetve a másik fajta kávéból? (7 pont)

Megoldás:

a) Az 1. csoporthoz tartozó diagram helyes. (1 pont)
A 2. csoporthoz tartozó diagram helyes. (1 pont)
A vizsgázó a két csoport adatait megfelelően megkülönböztette egymástól. (1 pont)
Az első csoporthoz tartozó diagramon a nagy magasságú oszlopok (az átlaghoz közel) középen vannak, a másodikon pedig a két szélen; (1 pont)
ez azt jelenti, hogy a második esetben nagyobb lehet a szórás. (1 pont)



b) Az 1. csoport pontszámainak átlaga **6**, (1 pont)
szórása $\sqrt{\mathbf{1,7}} \approx \mathbf{1,30}$. (1 pont)
A 2. csoport pontszámainak átlaga **6**, (1 pont)
szórása $\sqrt{\mathbf{14}} \approx \mathbf{3,74}$ (1 pont)
A 2. csoport pontszámainak szórása nagyobb. (1 pont)

c) Az olcsóbb fajtából x kg-ot,
a másikból $(14-x)$ kg-ot veszünk. (1 pont)
A feladat szövege alapján felírható egyenlet:
$x \cdot 4500 + (14-x) \cdot 5000 = 14 \cdot 4600$ (2 pont)
$4500x - 5000x + 70000 = 64400$ (1 pont)
$x = 11,2$ (1 pont)
Az olcsóbb fajtából **11,2 kg**,
a drágább fajtából **2,8 kg** szükséges a keverékhez. (1 pont)
Ellenőrzés a szöveg alapján. (1 pont)

Összesen: 17 pont

30) Egy kis cégnél nyolcan dolgoznak: hat beosztott és két főnök. A főnökök átlagos havi jövedelme 190 000 Ft, a beosztottaké 150 000 Ft. Hány forint a cég nyolc dolgozójának átlagos havi jövedelme? (2 pont)

Megoldás:

Az átlagos jövedelem **160 000 Ft**. (2 pont)

31) Réka év végi bizonyítványában a következő osztályzatok szerepelnek: 4; 2; 3; 5; 5; 4; 5; 5; 4. Adja meg Réka osztályzatainak móduszát és mediánját! (2 pont)

Megoldás:

A módusz **5**, (1 pont)
a medián **4**. (1 pont)

Összesen: 2 pont

32) Az egyik világbajnokságon részt vevő magyar női vízilabdacsapat 13 tagjának életkor szerinti megoszlását mutatja az alábbi táblázat.

Életkor	17	18	19	21	22	23	24	25	26	31
Gyakoriság	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1

a) Számítsa ki a csapat átlagéletkorát! **(2 pont)**

Jelölje *A* azt az eseményt, hogy a csapatból 7 játékost véletlenszerűen kiválasztva, a kiválasztottak között legfeljebb egy olyan van, aki 20 évnél fiatalabb.

b) Számítsa ki az *A* esemény valószínűségét! **(8 pont)**

A világbajnokság egyik mérkőzésén a magyar kezdőcsapat 6 mezőnyjátékosáról a következőket tudjuk:

- **a legidősebb és a legfiatalabb játékos életkorának különbsége 12 év,**
- **a játékosok életkorának egyetlen módusza 22 év,**
- **a hat játékos életkorának mediánja 23 év,**
- **a hat játékos életkorának átlaga 24 év.**

c) Adja meg a kezdőcsapat hat mezőnyjátékosának életkorát! **(7 pont)**

Megoldás:

a) Az életkorok átlaga: $\frac{17\cdot 2+18+19+\ldots+25+26+31}{13}=\frac{\mathbf{289}}{\mathbf{13}}\left(\approx \mathbf{22{,}23\,év}\right)$ (2 pont)

b) (A 13 játékosból 9 olyan van, aki 20 évnél idősebb, így) azoknak az eseteknek a száma, amikor nincs a kiválasztott 7 játékos között 20 évnél fiatalabb: $\binom{9}{7}$. (1 pont)

Azoknak az eseteknek a száma, amikor egy játékos 20 évnél fiatalabb (és 6 játékos 20 évnél idősebb): $\binom{4}{1}\cdot\binom{9}{6}$. (2 pont)

Az *A* esemény bekövetkezése szempontjából kedvező esetek számát a fenti két szám összege adja: $\binom{9}{7}+4\cdot\binom{9}{6}=36+336=372$. (2 pont)

Az összes esetszám: $\binom{13}{7}$. (1 pont)

A kérdéses valószínűség: $P(A)=\frac{\binom{9}{7}+4\cdot\binom{9}{6}}{\binom{13}{7}}=\frac{\mathbf{372}}{\mathbf{1716}}\left(\approx \mathbf{0{,}2168}\right)$ (2 pont)

c) (A legidősebb és legfiatalabb játékos életkorának különbsége csak egyféleképpen lehet 12 év, ha) a legidősebb játékos $(\boldsymbol{a_6} =)\mathbf{31}$, (1 pont)

a legfiatalabb pedig $(\boldsymbol{a_1} =)\mathbf{19}$ éves. (1 pont)

A móduszból következik, hogy a játékosok közül ketten $(\boldsymbol{a_2}$ és $\boldsymbol{a_3})\mathbf{22}$ évesek. (1 pont)

Mivel hat játékos van, ezért a medián a_3 és a_4 számtani közepe, azaz az egyik játékos $(\boldsymbol{a_4} =)\mathbf{24}$ éves (és ilyen korú játékos valóban van a csapatban). (2 pont)

Az átlagból következik, hogy $\frac{118 + a_5}{6} = 24$ (1 pont)

vagyis ez a játékos $(\boldsymbol{a_5} =)\mathbf{26}$ éves (és ilyen korú játékos valóban van a csapatban). (1 pont)

Összesen: 17 pont

33) Egy közvélemény-kutató intézet azt a feladatot kapta, hogy két alkalommal – fél év különbséggel – mérje fel a TV-ben látható három filmsorozat nézettségi adatait. Az ábrán látható kérdőíven a válaszoló vagy azt jelölhette be, hogy az A, B, és C sorozatok közül melyiket nézi (akár többet is meg lehetett jelölni) , vagy azt, hogy egyiket sem nézi. Az első felméréskor kapott 600 kérdőív jelöléseit összesítve megállapították, hogy az A sorozat összesen 90 jelölést kapott, a B sorozat összesen 290-et, a C sorozat pedig összesen 230-at. Érdekes módon olyan válaszadó nem volt, aki pontosan két sorozatot nézett volna, viszont 55-en mindhárom sorozatot bejelölték.

a) A válaszolók hány százaléka nézte az A sorozatot? (2 pont)

b) Hány válaszoló nem nézte egyik sorozatot sem? (5 pont)

A második felmérés során kiválogatták azokat a kérdőíveket, amelyeken valamelyik sorozat meg volt jelölve. Ezeken a három sorozat nézettségére összesen 576 jelölés érkezett. Az adatok feldolgozói minden jelölést megszámoltak, és a végeredményről az itt látható kördiagramot készítették.

c) Számítsa ki, hogy az egyes sorozatok nézettségére hány jelölés érkezett! (5 pont)

Megoldás:

a) Az A sorozatot a válaszolók $\frac{90}{600} \cdot 100 =$ (1 pont)

15%-a nézte. (1 pont)

b) A kizárólag az egyik sorozatot nézők számát megkapjuk, ha az adott sorozatot nézők számából kivonjuk a mindhárom sorozatot nézők számát (55), (1 pont)
ezért csak az a A sorozatot 35, csak a B sorozatot 235, csak a C sorozatot 175 válaszadó nézte. (2 pont)
Így a valamelyik sorozatot nézők száma $35+235+175+55=500$, (1 pont)
ezért egyik sorozatot sem nézte $600-500=$ **100 fő**. (1 pont)

c) Az egyes körcikkekhez tartozó középponti szögek: (az A-val jelölt $55°$), a B-vel jelölt $135°$, a C-vel jelölt $170°$. (2 pont)
A kördiagramon $1°$-nak $\frac{576}{360}=1{,}6$ válaszadó felel meg. (1 pont)
Az A sorozatra $55\cdot 1{,}6=$ **88**
A B sorozatra $135\cdot 1{,}6=$ **216** (2 pont)
A C sorozatra $170\cdot 1{,}6=$ **272** jelölés érkezett.

Összesen: 12 pont

34) Egy focicsapat 11 játékosa megérkezik az edzésre, néhányan kezet fognak egymással. (Két játékos között legfeljebb egy kézfogás történik.) Az edző felírta, hogy ki hányszor fogott kezet, és a következő számokat kapta: 0; 1; 2; 2; 2; 5; 0; 0; 4; 4; 2.

a) Ábrázolja a kézfogásoknak egy lehetséges gráfját, ahol a pontok a játékosokat jelölik, és két pont között akkor van él, ha az illetők kezet fogtak az edzés előtt! (3 pont)

b) Hány kézfogás történt összesen? (2 pont)

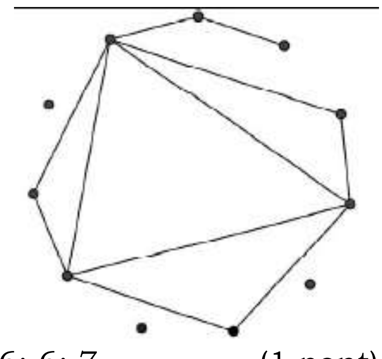
Egy másik alkalommal az edző által feljegyzett 11 nemnegatív egész számról a következőket állapítottuk meg: a számok egyetlen módusza 2, mediánja 3, átlaga 4, terjedelme pedig 5 volt.

c) Adjon meg a fenti feltételeknek megfelelő 11 nemnegatív egész számot! (5 pont)

Az edzésen a játékosok a tizenegyesrúgást gyakorolják. Az egyik játékos 0,9 valószínűséggel lövi be a tizenegyest.

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy három rúgásból legalább egyszer betalál? A valószínűség pontos értékét adja meg! (7 pont)

Megoldás:



a) Több lehetőség is van, például: (3 pont)

b) Annyi kézfogás történt, ahány éle van a gráfnak, (1 pont)
összesen **11**. (1 pont)

c) A vizsgázó által megadott számok egyetlen módusza 2, (1 pont)
mediánja 3, (1 pont)
átlaga 4, (1 pont)
terjedelme 5. (1 pont)
Egy lehetséges megoldás például 2; 2; 2; 2; 2; 3; 6; 6; 6; 6; 7. (1 pont)

d) Annak a valószínűsége, hogy a játékos nem lő be egy tizenegyest $(1-0,9)=0,1$. (1 pont)

Összesen három lehetőséget kell figyelembe venni. (1 pont)

Pontosan egyszer talál be, és kétszer nem. Ennek valószínűsége: $\binom{3}{1}\cdot 0,9\cdot 0,1^2(=0,027)$. (1 pont)

Pontosan kétszer talál be, és egyszer nem. Ennek valószínűsége: $\binom{3}{2}\cdot 0,9^2\cdot 0,1(=0,243)$. (1 pont)

Annak a valószínűsége, hogy mindháromszor betalál: $0,9^3(=0,729)$. (1 pont)

A keresett valószínűség ezek összege, (1 pont)
azaz **0,999**. (1 pont)

Összesen: 17 pont

35) Egy mérőállomáson az egyik év júliusának tizenhárom egymást követő napján az alábbi csapadékértékeket mérték (milliméterben): 2; 26; 8; 1; 21; 10; 22; 49; 5; 25; 9. Adja meg az adatsor terjedelmét és mediánját! (3 pont)

Megoldás:

A terjedelem **48**. (1 pont)
A medián **9**. (2 pont)

Összesen: 3 pont

36) Egy webáruházba való belépés előzetes regisztrációhoz kötött, melynek során a regisztráló életkorát is meg kell adnia. Az adatok alapján a 25560 regisztráló közül 28 évesnél fiatalabb 7810 fő, 55 évesnél idősebb 4615 fő, a többiek 28 és 55 év közöttiek.

a) Készítsen a létszámadatok alapján kördiagramot, kiszámítva a három körcikkhez tartozó középponti szögeket is! (5 pont)

A webáruház üzemeltetői a vásárlói szokásokat szeretnék elemezni, ezért a regisztráltak közül véletlenszerűen kiválasztanak két személyt.

b) Adja meg annak a valószínűségét, hogy az egyik kiválasztott személy 28 évesnél fiatalabb, a másik 55 évesnél idősebb! (4 pont)

A regisztráltak egy része vásárol is a webáruházban. A vásárlók között a 28 év alattiak éppen kétszer annyian vannak, mint az 55 évesnél idősebbek. A 28 év alattiak az elmúlt időszakban összesen 19 325 700 Ft, az 55 év felettiek 17 543 550 Ft értékben vásároltak. Az 55 év felettiek átlagosan 2410 Ft-al költöttek többet, mint a 28 év alattiak.

c) Számítsa ki, hány 55 év feletti vásárlója volt a webáruháznak, és adja meg, hogy ezek a vásárlók átlagosan mennyit költöttek! (8 pont)

Megoldás:

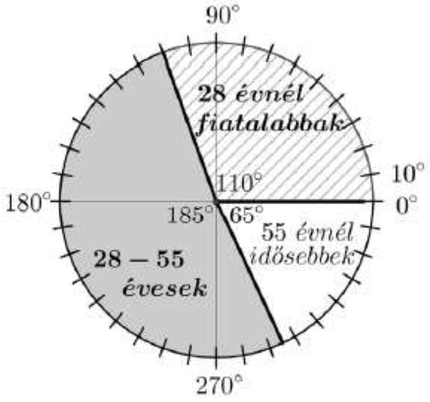
a) A 28 évesnél fiatalabbakat ábrázoló körcikk középponti szöge

$\frac{7810}{25560}\cdot 360°=110°$. (1 pont)

Az 55 évesnél idősebbeket ábrázoló körcikk középponti szöge $\frac{4615}{25560}\cdot 360°=65°$. (1 pont)

A 28 és 55 év közöttieket ábrázoló körcikk középponti szöge $360°-(110°+65°)=185°$.

(1 pont)



Az egyes körcikkek megjelenítése a megfelelő méretben, (1 pont)
egyértelmű jelmagyarázattal: (1 pont)

b) A 28 év alattiak közül egyet 7810-féleképpen, az 55 évesnél idősebbek közül egyet 4615-féleképpen tudunk kiválasztani, így a kedvező esetek száma $7810\cdot 4615(=36043150)$. (1 pont)

Az összes esetek száma: $\binom{25560}{5}(=326644020)$. (1 pont)

A kérdéses valószínűség $\frac{7810\cdot 4615}{\binom{25560}{2}}\approx$ (1 pont)

$\approx$ **0,11**. (1 pont)

c) Az 55 év feletti vásárlók számát jelölje x, ekkor a 28 év alattiak száma $2x$. Az 55 év felettiek átlagosan $\frac{17543550}{x}$, (1 pont)

a 28 év alattiak átlagosan $\frac{19325700}{2x}$ Ft-ot költöttek. (1 pont)

A feladat szövege alapján felírható: $\frac{17543550}{x}-2410=\frac{19325700}{2x}$. (1 pont)

Ebből $2410x=7880700$, (1 pont)
azaz $x=3270$. (1 pont)

$\frac{17543550}{3270}=5365$ (1 pont)

A webáruháznak **3270** olyan vásárlója volt, aki 55 évnél idősebb, és ők átlagosan **5365** Ft-ot költöttek. (1 pont)
Ellenőrzés. (1 pont)

Összesen: 17 pont