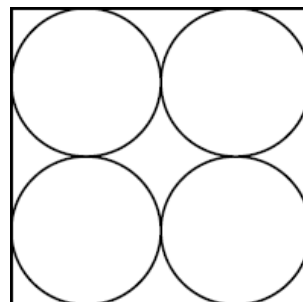
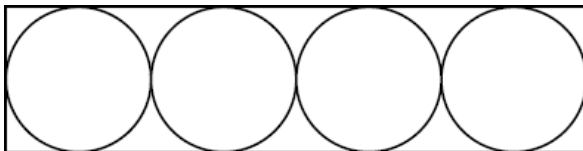


## MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK KÖZÉP SZINT

### Térgeometria

**A szürkített háttérű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!**

- 1) Egy gömb alakú labda belső sugara 13 cm. Hány liter levegő van benne? Válaszát indokolja! (3 pont)
- 2) Egy forgáskúp alapkörének átmérője egyenlő a kúp alkotójával. A kúp magasságának hossza  $5\sqrt{3}$  cm. Készítsen vázlatot!
  - a) Mekkora a kúp felszíne? (9 pont)
  - b) Mekkora a kúp térfogata? (2 pont)
  - c) Mekkora a kúp kiterített palástjának középponti szöge? (6 pont)
- 3) Egy vállalkozás reklám-ajándéka szabályos hatszög alapú egyenes gúla, amit fából készítenek el. A gúla alapélei 4,2 cm hosszúak, magassága 25 mm.
  - a) Hány  $\text{cm}^3$  faanyag van egy elkészült gúlában? (4 pont)
  - b) A gúla oldallapjait színesre festik. Hány  $\text{cm}^2$  felületet festenek be egy gúla oldallapjainak a színezésekor? (8 pont)
  - c) A gúla oldallapjait hat különböző színnel festik be úgy, hogy 1-1 laphoz egy színt használnak. Hányféle lehet ez a színezés? (Két színezést akkor tekintünk különbözőnek, ha forgatással nem vihetők át egymásba.) (3 pont)
  - d) A cég bejáratánál az előbbi tárgy tízszeresére nagyított változatát helyezték el. Hányszor annyi fát tartalmaz ez, mint egy ajándéktárgy? (2 pont)
- 4) 4 cm átmérőjű fagolyókat négyesével kis (téglatest alakú) dobozokba csomagolunk úgy, hogy azok ne lötyögjenek a dobozokban. A két szoba jövő elrendezést felülnézetből lerajzoltuk:

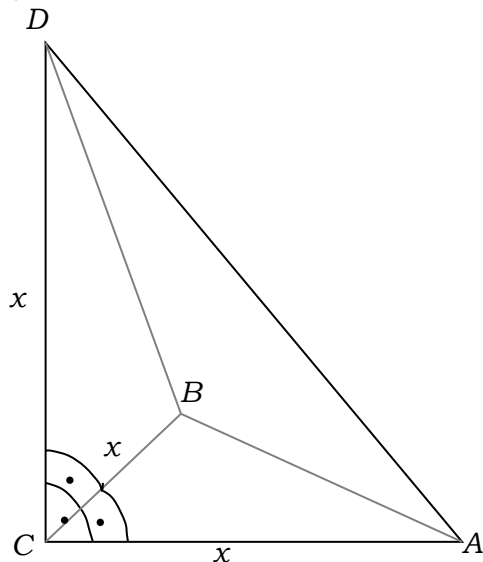


A dobozokat átlátszó műanyag fóliával fedjük le, a doboz többi része kartonpapírból készül. A ragasztáshoz, hegesztéshez hozzászámoltuk a doboz méreteiből adódó anyagszükséglet 10%-át.

- a) Mennyi az anyagszükséglet egy-egy dobozfajtánál a két felhasznált anyagból külön-külön? (8 pont)
  - b) A négyzet alapú dobozban a fagolyók közötti teret állagmegóvási célból tömítő anyaggal töltik ki. A doboz térfogatának hány százalékát teszi ki a tömítő anyag térfogata? (4 pont)
- 5) Egy téglatest alakú akvárium belső méretei (egy csúcsból kiinduló éleinek hossza): 42 cm, 25 cm és 3 dm. Megtelik-e az akvárium, ha beletöltünk 20 liter vizet? Válaszát indokolja! (3 pont)

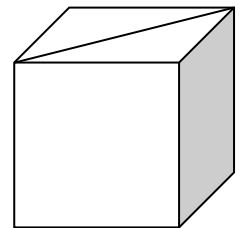
- 6) Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb alapéle 8 cm hosszú, palástjának területe (az oldallapok területösszege) hatszorosa az egyik alaplap területének. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata? (12 pont)
- 7) Egy négyzetes oszlop egy csúcsból kiinduló három élének hossza:  $a$ ,  $a$  és  $b$ . Fejezze ki ezekkel az adatokkal az ebből a csúcsból kiinduló testátló hosszát! (3 pont)
- 8) Egy gyertyagyárban sokféle színű, formájú, és méretű gyertyát készítenek. A folyékony, felhevített viaszt különféle formákba öntik. Az öntőhelyek egyikén négyzet alapú egyenes gúlát öntenek, melynek alapéle 5 cm, oldaléle 8 cm hosszú.
- a) Számítsa ki ennek a gúla alakú gyertyának a térfogatát! (Az eredményt  $\text{cm}^3$ -ben, egészre kerekítve adja meg!) (4 pont)  
Ezen az öntőhelyen az egyik műszakban 130 darab ilyen gyertyát gyártanak.
- b) Hány liter viaszra van szükség, ha tudjuk, hogy a felhasznált anyag 6 %-a veszteség? (Az eredményt egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!) (4 pont)  
A gúla alakú gyertyákat egyenként díszdobozba csomagolják.
- c) Hány  $\text{cm}^2$  papír szükséges 40 darab díszdoboz elkészítéséhez, ha egy doboz papírszükséglete a gúla felszínének 136%-a? (4 pont)
- 9) Egy cölöp egyik végét csonka kúp alakúra, másik végét forgáskúp alakúra formálták. (Így egy forgástestet kaptunk.) A középső, forgáshenger alakú rész hossza 60 cm és átmérője 12 cm. A csonka kúp alakú rész magassága 4 cm, a csonka kúp fedőlapja pedig 8 cm átmérőjű. Az elkészült cölöp teljes hossza 80 cm.
- a) Hány  $\text{m}^3$  fára volt szükség 5000 darab cölöp gyártásához, ha a gyártáskor a felhasznált alapanyag 18%-a a hulladék? (Válaszát egész  $\text{m}^3$ -re kerekítve adja meg!) (8 pont)  
Az elkészült cölöpök felületét vékony lakkréteggel vonják be.
- b) Hány  $\text{m}^2$  felületet kell belakkozni, ha 5000 cölöpöt gyártottak? (Válaszát egész  $\text{m}^2$ -re kerekítve adja meg!) (9 pont)
- 10) Egy fa építőjáték-készlet négyféle, különböző méretű téglatestfajtából áll. A készletben a különböző méretű elemek mindegyikéből 10 db van. Az egyik téglatest, nevezzük alapelemnek, egy csúcsából induló élének hossza: 8 cm, 4 cm, 2 cm. A többi elem méreteit úgy kapjuk, hogy az alapelem valamelyik 4 párhuzamos élének a hosszát megduplázzuk, a többi él hosszát pedig változatlanul hagyjuk.
- a) Mekkora az egyes elemek felszíne? (4 pont)
- b) Rajzolja le az alapelem kiterített hálózatának 1:2 arányú kicsinyített képét! (4 pont)
- c) Elférhet-e a játékkészlet egy olyan kocka alakú dobozban, amelynek belső éle 16 cm? (4 pont)
- d) A teljes készletből öt elemet kivesszünk. (A kiválasztás során minden elemet azonos valószínűséggel választunk.) Mekkora valószínűséggel lesz mind az öt kiválasztott elem négyzetes oszlop? (A valószínűség értékét három tizedesjegy pontossággal adja meg!) (5 pont)
- 11) Egy gömb alakú gáztároló térfogata  $5000 \text{ m}^3$ . Hány méter a gömb sugara? A választ egy tizedesre kerekítve adja meg! Írja le a számítás menetét! (4 pont)

- 12) Belefér-e egy  $1600 \text{ cm}^2$  felszínű (gömb alakú) vasgolyó egy  $20 \text{ cm}$  élű kocka alakú dobozba? Válaszát indokolja! (3 pont)
- 13) Az iskolatejet gúla alakú, impregnált papírból készült dobozba csomagolják. (Lásd az alábbi ábrát, ahol  $CA = CB = CD$ .)



A dobozba  $2,88 \text{ dl}$  tej fér.

- a) Számítsa ki a gúla éleinek hosszát! Válaszát egész  $\text{cm}$ -ben adja meg! (8 pont)
- b) Mekkora a papírdoboz felszíne? Válaszát  $\text{cm}^2$ -ben, egészre kerekítve adja meg! (4 pont)
- 14) Hányszorosára nő egy kocka térfogata, ha minden élét háromszorosára növeljük? (2 pont)
- 15) Egy  $12 \text{ cm}$  oldalhosszúságú négyzetet megforgatunk az egyik oldalával párhuzamos szimmetriatengelye körül.
- a) Mekkora az így keletkező forgástest térfogata és felszíne? (6 pont)  
A felszínt egész  $\text{cm}^2$ -re, a térfogatot egész  $\text{cm}^3$ -re kerekítve adja meg!  
Ugyanezt a négyzetet forgassuk meg az egyik átlóját tartalmazó forgástengely körül!
- b) Mekkora az így keletkező forgástest térfogata és felszíne? (9 pont)  
A felszínt egész  $\text{cm}^2$ -re, a térfogatot egész  $\text{cm}^3$ -re kerekítve adja meg!
- c) A forgástestek közül az utóbbinak a felszíne hány százaléka az első forgatással kapott forgástest felszínének? (2 pont)
- 16) Az ábrán látható kockának berajzoltuk az egyik lapátlóját. Rajzoljon ebbe az ábrába egy olyan másik lapátlót, amelynek van közös végpontja a berajzolt lapátlóval! Hány fokos szöget zár be ez a két lapátló? Válaszát indokolja! (3 pont)



17) Egy csonkakúp alakú tejfölös doboz méretei a következők: az alaplap átmérője 6 cm, a fedőlap átmérője 11 cm és az alkotója 8,5 cm.

a) Hány  $\text{cm}^3$  tejföl kerül a dobozba, ha a gyárban a kisebbik körlapján álló dobozt magasságának 86%-áig töltik meg?

Válaszát tíz  $\text{cm}^3$ -re kerekítve adja meg! (11 pont)

b) A gyártás során a dobozok 3%-a megsérül, selejtes lesz. Az ellenőr a gyártott dobozok közül visszatevéssel 10 dobozt kiválaszt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 10 doboz között lesz legalább egy selejtes?

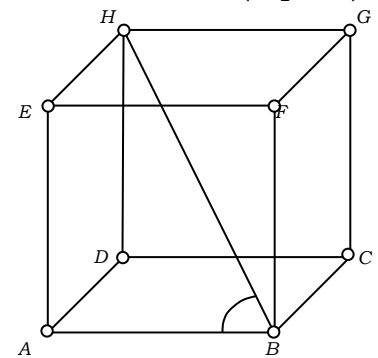
Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (6 pont)

18)

a) Számítsa ki annak a szabályos négyoldalú gúlának a térfogatát, melynek minden éle 10 cm hosszú! (6 pont)

Térgeometriai feladatok megoldásában segíthet egy olyan készlet, melynek elemeiből (kilyuggatott kisméretű gömbökből és különböző hosszúságú műanyag pálcikákból) matematikai és kémiai modellek építhetők. Az ábrán egy kocka modellje látható.

b) Számítsa ki az  $ABH$  szög nagyságát! (A test csücsait tekintse pontoknak, az éleket pedig szakaszoknak!) (4 pont)



Anna egy molekulát modellezett a készlet segítségével, ehhez 7 gömböt és néhány pálcikát használt fel. Minden pálcika két gömböt kötött össze, és bármely két gömböt legfeljebb egy pálcika kötött össze. A modell elkészítése után feljegyezte, hogy hány pálcikát szűrt bele az egyes gömbökbe. A feljegyzett adatok: 6, 5, 3, 2, 2, 1, 1.

c) Mutassa meg, hogy Anna hibát követett el az adatok felírásában! (4 pont)  
Anna is rájött, hogy hibázott. A helyes adatok: 6, 5, 3, 3, 2, 2, 1.

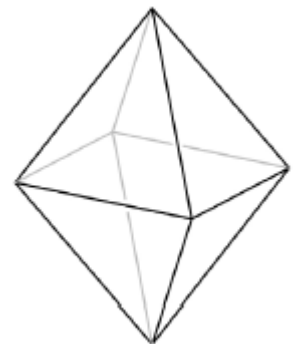
d) Hány pálcikát használt fel Anna a modell elkészítéséhez? (3 pont)

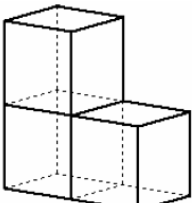
19) Tekintsünk két egybevágó, szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúlát, melyek alapélei 2 cm hosszúak, oldalélei pedig 3 cm-esek. A két gúlát alaplapjuknál fogva összeragasztjuk (az alaplapok teljesen fedik egymást), így az ábrán látható testet kapjuk.

a) Számítsa ki ennek a testnek a felszínét ( $\text{cm}^2$ -ben) és a térfogatát ( $\text{cm}^3$ -ben)! Válaszait egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A test lapjait 1-től 8-ig megszámozzuk, így egy „dobó-oktaédert” kapunk, amely minden oldallapjára egyforma valószínűséggel esik. Egy ilyen test esetében is van egy felső lap, az ezen lévő számot tekintjük a dobás kimenetelének. (Az ábrán látható „dobó-oktaéderrel” 8-ast dobtunk.) (9 pont)

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy ezzel a „dobó-oktaéderrel” egymás után négyszer dobva, legalább három esetben 5-nél nagyobb számot dobunk! (8 pont)



- 20) Egy szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúla alapéle 12 cm, oldallapjai  $60^\circ$ -os szöget zárnak be az alaplap síkjával.
- a) Számítsa ki a gúla felszínét ( $\text{cm}^2$ -ben) és térfogatát ( $\text{cm}^3$ -ben)! Válaszait egészre kerekítve adja meg! (7 pont)
- A gúlát két részre osztjuk egy az alaplappal párhuzamos síkkal, amely a gúla magasságát a csúcstól távolabbi harmadoló pontban metszi.
- b) Mekkora a keletkező gúla és csonkagúla térfogatának aránya? Válaszát egész számok hányadosaként adja meg! (5 pont)
- c) Számítsa ki a keletkező csonkagúla felszínét  $\text{cm}^2$ -ben! (5 pont)
- 21) Egy henger alakú bögre belsejének magassága 12 cm, belső alapkörének átmérője 8 cm. Belefér-e egyszerre  $\frac{1}{2}$  liter kakaó? Válaszát indokolja! (4 pont)
- 22) Három tömör játékkockát az ábrának megfelelően rakunk össze. Mindegyik kocka éle 3 cm. Mekkora a keletkező test
- a) felszíne, (3 pont)
- b) térfogata? (1 pont)
- Számítását írja le!
- 
- 23) Egy téglatest egy csúcsból kiinduló éleinek hossza 15 cm, 12 cm és 8 cm. Számítsa ki a téglatest felszínét! Írja le a számítás menetét! (3 pont)
- 24) Egy henger alakú fazék belsejének magassága 14 cm, belső alapkörének átmérője 20 cm. Meg lehet-e főzni benne egyszerre 5 liter levest? Válaszát indokolja! Belefér 5 liter leves? (4 pont)
- 25) A kólibaktérium (hengeres) pálcika alakú, hossza átlagosan 2 mikrométer ( $2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ), átmérője 0,5 mikrométer ( $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ).
- a) Számítsa ki egy 2 mikrométer magas és 0,5 mikrométer átmérőjű forgáshenger térfogatát és felszínét! Számításainak eredményét  $\text{m}^3$ -ben, illetve  $\text{m}^2$ -ben, normálalakban adja meg! (5 pont)
- Ideális laboratóriumi körülmények között a kólibaktériumok gyorsan és folyamatosan osztódnak, számuk 15 percenként megduplázódik. Egy tápoldat kezdetben megközelítőleg 3 millió kólibaktériumot tartalmaz.
- b) Hány baktérium lesz a tápoldatban 1,5 óra elteltével? (4 pont)
- A baktériumok számát a tápoldatban  $t$  perc elteltével a  $B(t) = 3000000 \cdot 2^{\frac{t}{15}}$  összefüggés adja meg.
- c) Hány perc alatt éri el a kólibaktériumok száma a tápoldatban a 600 milliót? Válaszát egészre kerekítve adja meg! (8 pont)
- 26) A vízi élőhelyek egyik nagy problémája az algásodás. Megfelelő fény- és hőmérsékleti viszonyok mellett az algával borított terület nagysága akár 1-2 nap alatt megduplázódhat.
- a) Egy kerti tóban minden nap (az előző napi mennyiséghez képest) ugyanannyi-szorosára növekedett az algával borított terület nagysága. A kezdetben  $1,5 \text{ m}^2$ -en észlelhető alga hét napi növekedés után borította be teljesen a  $27 \text{ m}^2$ -es tavat. Számítsa ki, hogy naponta hány-szorosára növekedett az algás terület! (4 pont)

Egy parkbeli szökőkút medencéjének alakja szabályos hatszög alapú egyenes hasáb. A szabályos hatszög egy oldala 2,4 m hosszú, a medence mélysége 0,4 m. A medence alját és oldalfalait csempével burkolták, majd a medencét teljesen feltöltötték vízzel.

b) Hány  $m^2$  területű a csempével burkolt felület, és legfeljebb hány liter víz fér el a medencében? (8 pont)

A szökőkútban hat egymás mellett, egy vonalban elhelyezett kiömlő nyíláson keresztül törhet a magasba a víz. Minden vízsugarat egy-egy színes lámpa világít meg. Mindegyik vízsugár megvilágítása háromféle színű lehet: kék, piros vagy sárga. Az egyik látványprogram úgy változtatja a vízsugarak megvilágítását, hogy egy adott pillanatban három-három vízsugár színe azonos legyen, de mind a hat ne legyen azonos színű (például kék-sárga-sárga-kék-kék-sárga-kék).

c) Hányféle különböző látványt nyújthat ez a program, ha vízsugaraknak csak a színe változik? (5 pont)

27) Egy család személyautóval Budapestről Keszthelyre utazott. Útközben lakott területen belül, országúton és autópályán is haladtak. Az utazással és az autóval kapcsolatos adatokat a következő táblázat tartalmazza:

	megtett út hossza (km)	átlagsebesség $\left(\frac{\text{km}}{\text{óra}}\right)$	átlagos benzinfogyasztás 100 km-en (liter)
lakott területen belül	45	40	8,3
országúton	35	70	5,1
autópályán	105	120	5,9

a) Mennyi ideig tartott az utazás? (4 pont)

b) Hány liter ezen az utazáson az autó 100 km-re eső átlagfogyasztása? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (5 pont)

Útközben elfogyott az autóból a benzin. A legközelebbi benzinkútnál kétféle benzines kannát lehet kapni. A nagyobbra rá van írva, hogy 20 literes, a kisebbre nincs ráírva semmi. A két kanna (matematikai értelemben) hasonló, a nagyobb kanna magassága éppen kétszerese a kisebb kanna magasságának.

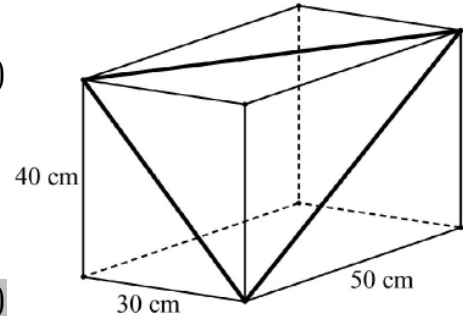
c) Hány literes a kisebb kanna? (4 pont)

28) Egy téglatest alakú akvárium egy csúcsból kiinduló élei 30 cm, 40 cm, illetve 50 cm hosszúak.

- a) Hány literes ez az akvárium? (A számolás során tekintsen el az oldallapok vastagságától!) (3 pont)

Tekintsük azt a háromszöget, amelynek oldalait az ábrán látható téglatest három különböző hosszúságú lapátlója alkotja.

- b) Mekkora ennek a háromszögnek a legkisebb szöge? Válaszát fokban, egészre kerekítve adja meg! (8 pont)



29) A biliárdjáték megkezdésekor az asztalon 15 darab azonos méretű, színezésű biliárdgolyót helyezünk el háromszög alakban úgy, hogy az első sorban 5 golyó legyen, a másodikban 4, a következőkben pedig 3, 2, illetve 1 golyó. (A golyók elhelyezésére vonatkozó egyéb szabályoktól tekintsünk el.)

- a) Hányféleképpen lehet kiválasztani a 15-ből azt az 5 golyót, amelyet majd az első sorban helyezünk el? (Az 5 golyó sorrendjét nem vesszük figyelembe.) (3 pont)

- b) Hányféle különböző módon lehet az első két sort kirakni, ha a 9 golyó sorrendjét is figyelembe vesszük? (3 pont)

Egy biliárdasztal játékterülete téglalap alakú, mérete  $194 \text{ cm} \times 97 \text{ cm}$ . A játékterület középpontja felett 85 cm-rel egy olyan (pontoszerűnek tekinthető) lámpa van, amely fénykúpjának a nyílásszöge  $100^\circ$ .

- c) Számítással állapítsa meg, hogy a lámpa megvilágítja-e a játékterület minden pontját! (11 pont)

30) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

- a) Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus négyszög.

- b) A kocka testátlója  $45^\circ$ -os szöget zár be az alaplappal.

- c) A szabályos tizenhétsgben az egyik csúcsból kiinduló összes átló a tizenhétsgöt 15 háromszögre bontja.

(2 pont)

31) Egy idén megjelent iparági előrejelzés szerint egy bizonyos alkatrész iránti kereslet az elkövetkező években emelkedni fog, minden évben az előző évi kereslet 6%-ával. (A kereslet az adott termékből várhatóan eladható mennyiséget jelenti.)

a) Várhatóan hány százalékkal lesz magasabb a kereslet 5 év múlva, mint idén? (3 pont)

Az előre jelzés szerint ugyanezen alkatrész ára az elkövetkező években csökkenni fog, minden évben az előző évi ár 6%-ával.

b) Várhatóan hány év múlva lesz az alkatrész ára az ideai ár 65%-a? (5 pont)

Egy cég az előrejelzésben szereplő alkatrész eladásából szerzi meg bevételeit. A cég vezetői az elkövetkező évek bevételeinek tervezésénél abból indulnak ki, hogy a fentiek szerint a kereslet évente 6%-kal növekszik, az ár pedig évente 6%-kal csökken.

c) Várhatóan hány százalékkal lesz alacsonyabb az éves bevétel 8 év múlva, mint idén? (5 pont)

A kérdéses alkatrész egy forgáskúp alakú tömör test. A test alapkörének sugara 3 cm, alkotója 6 cm hosszú.

d) Számítsa ki a test térfogatát! (4 pont)

32) Egy műanyag terméket gyártó üzemben szabályos hatoldalú csonkagúla alakú, felül nyitott virágtartó dobozokat készítenek egy kertészet számára (lásd az ábrát). A csonkagúla alaplapja 13 cm oldalú szabályos hatszög, fedőlapja 7 cm oldalú szabályos hatszög, az oldalélei 8 cm hosszúak.



a) Egy műanyagöntő gép 1 kg alapanyagból (a virágtartó doboz falának megfelelő anyagvastagság mellett)  $0,93 m^2$  felületet képes készíteni. Számítsa ki, hány virágtartó doboz készíthető 1 kg alapanyagból! (11 pont)

A kertészetben a sok virághagymának csak egy része hajt ki: 0,91 annak a valószínűsége, hogy egy elültetett virághagyma kihajt.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 10 darab elültetett virághagyma közül legalább 8 kihajt! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (6 pont)

33) Zsófi gyertyákat szeretne önteni, hogy megajándékozhassa a barátait. Öntőformának egy négyzet alapú szabályos gúlát választ, melynek alapéle 6 cm, oldaléle 5 cm hosszúságú. Egy szaküzletben 11 cm oldalú, kocka alakú tömbökben árulják a gyertyának való viaszt. Ezt megolvasztva és az olvadt viaszt a formába öntve készülnek a gyertyák. (A számítások során tekintsen el az olvasztás és öntés során bekövetkező térfogatváltozástól.)

a) Legfeljebb hány gyertyát önthet Zsófi egy 11 cm oldalú, kocka alakú tömbből? (6 pont)

Zsófi az elkészült gúla alakú gyertyák lapjait szeretné kiszínezni. Mindegyik lapot (az alaplapot és az oldallapokat is) egy-egy színnek, kézzel vagy zölddel fogja színezni.



- b) Hányféle különböző gyertyát tud Zsófi ilyen módon elkészíteni? (Két gyertyát különbözőnek tekintünk, ha forgással nem vihetők egymásba.) (6 pont)

Zsófi a gyertyák öntéséhez három különböző fajta „varázskanócot” használ. Mindegyik fajta „varázskanóc” fehér színű, de a meggyújtáskor (a benne lévő anyagtól függően) az egyik fajta piros, a másik lila, a harmadik narancssárga lánggal ég, Zsófi hétfőn egy dobozba tesz 6 darab gyertyát, mindhárom fajtából kettőt-kettőt. Keddtől kezdve minden nap véletlenszerűen kivesz egy gyertyát a dobozból, és meggyújtja.

- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Zsófi az első három nap három különböző színű lánggal égő gyertyát gyújt meg! (5 pont)